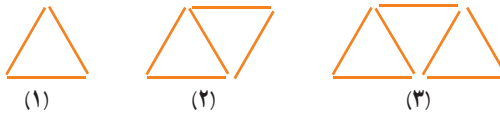


۱- شکل‌ها به همین ترتیب ادامه پیدا می‌کنند. با توجه به آن جدول را کامل کنید. ابتدا شکل‌های چهارم و پنجم را رسم کنید.

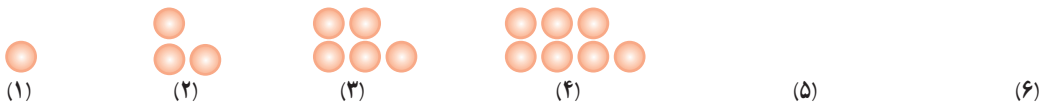


شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تعداد چوب کبریت	۳	۵								

با توجه به الگویی که در جدول مشاهده می‌کنید، توضیح دهید چه رابطه‌ای بین شماره شکل و تعداد چوب کبریت‌ها وجود دارد. تعداد چوب کبریت‌های شکل دهم را پیدا کنید.

شکل n ام چند چوب کبریت خواهد داشت؟ تعداد چوب کبریت‌ها را بر حسب n بنویسید.

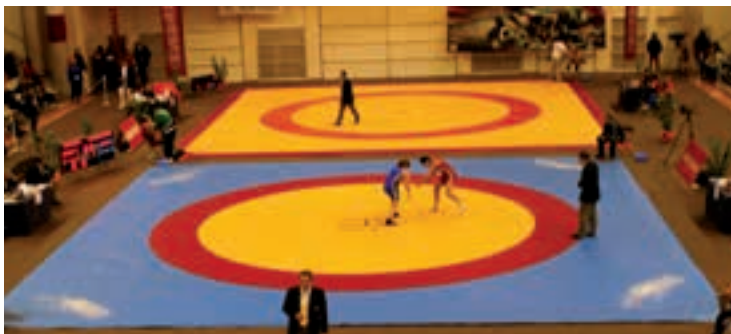
۲- اکنون با توجه به شکل‌های زیر و الگویی که مشاهده می‌کنید، ابتدا شکل پنجم و ششم را رسم و سپس جدول را کامل کنید.



شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	n
تعداد دایره								

۳- یک تشک کشتی به شکل مربع است. جدول زیر را کامل کنید.

اندازه ضلع تشک	۴	$\frac{6}{5}$	$5\frac{1}{3}$			a
محیط تشک				۳۲	۲۰	



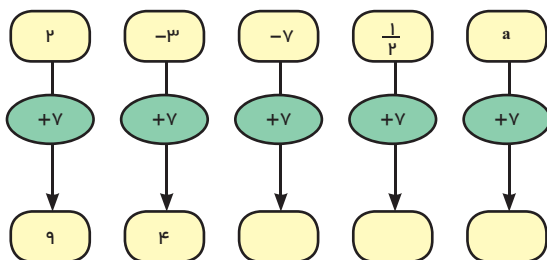
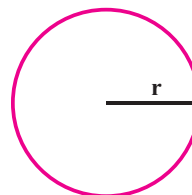
در فعالیت بالا، محیط یک مربع به اندازه a ، برابر با $4 \times a = 4a$ است. حرف a یک متغیر نامیده می‌شود. در

جبر، متغیرها، نمادهایی برای بیان عددهای نامعلوم یا مقادیر غیر مشخص هستند.

۱- در دبستان با محیط و مساحت دایره آشنا شده‌اید. محیط و مساحت دایره را با استفاده از متغیرها نشان دهید.

مساحت $S = \frac{3}{14} \times \dots \times \dots$

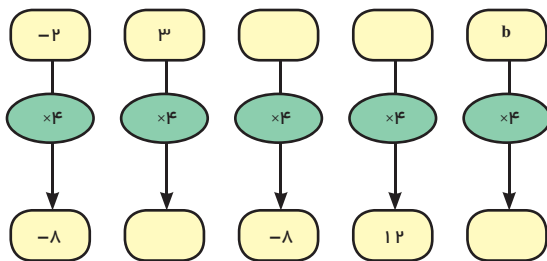
محیط $p =$



۲- نمودار مقابل چه کاری انجام می‌دهد؟

به فارسی توضیح دهید: _____

نمودارها را کامل کنید. _____



۳- این نمودار چه کاری انجام می‌دهد؟

توضیح دهید: _____

نمودارها را کامل کنید.

۴- جمله n ام الگوهای عددها را مانند نمونه بنویسید. ابتدا سه عدد بعدی هر الگو را بنویسید.

$2n$ و و و و ۸ و ۶ و ۴ و ۲

..... و و و ۲۰ و ۱۵ و ۱۰ و ۵

..... و و و ۱۲ و ۹ و ۶ و ۳

..... و و و ۷ و ۵ و ۳ و ۱

به کمک حروف و نوشتن عبارتهای جبری قوانینی را که تاکنون در ریاضی یاد گرفته‌اید و به صورت عبارت کلامی بیان

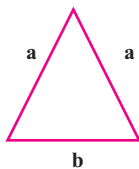
می‌کردید را می‌توانید به صورت جبری بنویسید. برای مثال می‌دانیم عمل جمع خاصیت جابجایی دارد. یعنی $a + b = b + a$ است.

حالا معنی هر تساوی را بیان کنید.

$a + 0 = a$

$a \times b = b \times a$

$1 \times a = a$



۱- در مثلث متساوی الساقین مقابل، اندازه ساق را با a و قاعده را با b نشان می‌دهیم.

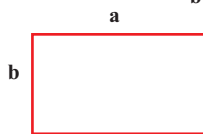
الف) چرا هر دو ساق را با a نشان می‌دهیم؟

ب) محیط مثلث را به دست آورید.

ج) مساحت مستطیل را با عبارت جبری بنویسید.

محیط = $P = \dots + \dots + \dots$

مساحت = $S = \dots \times \dots$



۲- هزینه چاپ کارت ویزیت به این شرح حساب می‌شود: ۳۰۰ تومان قیمت پایه و ۱۰ تومان برای هر کارت. هزینه چاپ

۸ کارت چقدر می‌شود؟

۳- حمید هر روز چند صفحه قرآن می‌خواند. اگر n تعداد صفحاتی باشد که حمید در یک روز می‌خواند، تعداد صفحاتی

را که او در یک هفته می‌خواند با یک عبارت جبری نشان دهید.

۴- هزینه ورودی یک اردوگاه برای هر مدرسه ۲۰۰٪/۰۰۰ هزار تومان و برای هر نفر ۱۰۰۰ تومان است. هزینه این اردوگاه

را برای مدرسه‌ای که تعداد دانش‌آموزان a است، با یک عبارت جبری بنویسید.

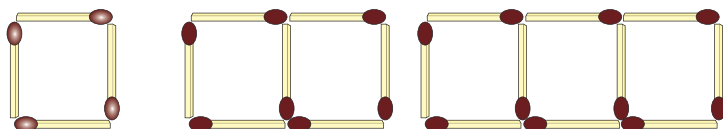


۵- جمله n ام الگوهای زیر را بنویسید.

..... و ۱۶ و ۱۲ و ۸ و ۴

..... و $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$ و ۱

۶- شکل n ام چند چوب کبریت خواهد داشت؟



۷- اگر عدد x وارد نمودارهای زیر شود چه عددی خارج می‌شود؟ تفاوت این دو نمودار را توضیح دهید.



عبارت های جبری

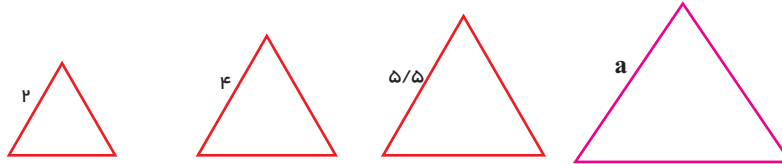


۱- محیط مربع مقابل را به دست آورید. $p = \dots + \dots + \dots + \dots$

در درس قبل محیط مربع به صورت $4a$ نوشته شده، درستی تساوی زیر را توضیح دهید.

$$a+a+a+a=4a$$

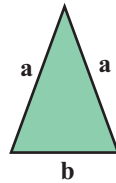
۲- محیط مثلث متساوی الاضلاع را به دو صورت به دست آورید.



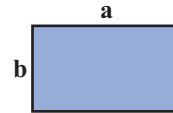
$$2+2+2=3 \times 2$$

۳- حالا محیط مثلث متساوی الساقین و مستطیل را به دست آورید.

$$p = \dots + \dots + \dots =$$



$$p = \dots + \dots + \dots + \dots =$$



چرا می توانیم a را با a جمع کنیم؟

آیا می توانیم a را با b جمع کنیم؟

یک عبارت جبری، شامل یک یا چند عدد، متغیر و عمل هایی مثل جمع، تفریق، ضرب و تقسیم است. در زیر نمونه هایی

از عبارت های جبری آورده شده است:

$$3x - 7 \text{ و } 5z \text{ و } m \times 5n \text{ و } 4 + \frac{p}{q}$$

در یک عبارت جبری، اغلب از علامت «.» یا پرانتز برای حاصل ضرب بین آنها استفاده می شود و از نماد « \times » پرهیز

می گردد، زیرا ممکن است علامت ضرب با نماد انگلیسی « \times » به عنوان یک متغیر اشتباه شود. در زیر حاصل ضرب دو متغیر

x و y را به صورت های مختلف نمایش داده ایم که همگی آنها، یکسان اند و هیچ فرقی با یکدیگر ندارند:

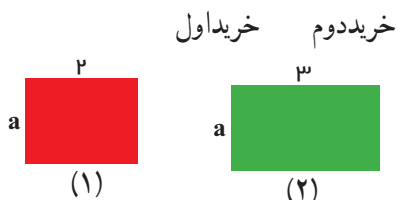
$$xy, \quad x \cdot y, \quad x(y), \quad (x)y, \quad (x)(y)$$

۱- در بعضی از کشورها میوه را به صورت دانه‌ای می‌فروشند. اگر قیمت هر سیب را با a و قیمت هر گلابی را با b نشان دهیم، موارد زیر را با عبارت جبری نشان دهید.

قیمت ۵ سیب: قیمت ۷ گلابی: قیمت ۳ سیب و ۲ گلابی:

اگر فردی از میوه‌فروشی در یک روز ۳ سیب خریده باشد و در روز بعد ۲ سیب و ۴ گلابی خریده باشد مجموع هزینه این دو خرید چقدر می‌شود؟

هزینه = + =

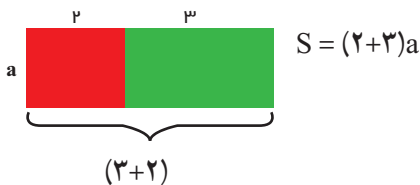


۲- الف) مساحت هر دو مستطیل را با عبارت جبری نشان دهید.

S_1 مساحت مستطیل (۱) = S_2 مساحت مستطیل (۲) =

$S = S_1 + S_2 = \dots + \dots$

ب) دو مستطیل را کنار هم گذاشته‌ایم. توضیح دهید مساحت این شکل چگونه به دست آمده است؟



ج) پاسخ‌های الف و ب را با هم مقایسه کنید.

۳- مانند فعالیت ۲ برای شکل زیر یک تساوی بنویسید.



توضیح دهید که با کمک تساوی بالا چگونه می‌توان یک عدد بیرون پرانتز را در جمله‌های آن ضرب کرد.

هر کدام از عبارت ۲، a ، $3a$ ، $8b$ و $5b$ یک جمله است. دو جمله a ، $3a$ متشابه‌اند اما $8b$ و $3a$ متشابه نیستند. برای ساده کردن عبارت‌های جبری، فقط جمله‌های متشابه را با هم در نظر می‌گیریم و آنها را با هم جمع یا تفریق می‌کنیم. لازم به ذکر است که در ساده کردن یک عبارت جبری، استفاده از قوانین مربوط به اعمال که در درس‌های گذشته خوانده‌اید مانند ضرب عددهای منفی در مثبت، منفی در منفی، مثبت در مثبت رعایت شود. خاصیت جابه‌جایی اعمال جمع و تفریق با یکدیگر، خاصیت شرکت‌پذیری ضرب و عدم اهمیت پرانتز، $(ab)c$ ، $a(bc)$ الزامی است.

حاصل عبارت‌های جبری زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

$(3n+1) + (2n+1) = 3n+1+2n+1 = 5n+2$ $(4n-7) + (7n+4) =$

$3a-8b+6a+6b =$ $7a+6a-2a+3b =$

$4x-6y+1-3x+2y+7 =$ $2x-4y+7-3x+2y+1 =$

در زیر نحوه جمع کردن جملات متشابه در عبارت جبری مشخص شده است.

$$6x + 5y - 4x + 8y = (6x - 4x) + (5y + 8y) = (6 - 4)x + (5 + 8)y = 2x + 13y$$

همچنین نحوه ضرب کردن یک عدد در پرانتز مشخص شده است.

$$2(2x + 5y) = 2 \times 2x + 2 \times 5y = 4x + 10y$$

$$-(3x - 5y) = -1 \times 3x - 1 \times (-5y) = -3x + 5y$$

توضیح دهید که چگونه از روی عددهای صحیح که در فصل اول آموختید، برای ساده کردن عبارت‌های جبری استفاده می‌کنید.

۱- عبارت‌های کلامی زیر را به عبارت جبری تبدیل کنید.

الف) هشت واحد بیشتر از یک عدد
ب) هفت تا کمتر از ۴ برابر یک عدد

ج) نه تا بیشتر از حاصل تقسیم یک عدد بر ۵
د) دو سوم محیط (p)

۲- فاطمه قصد دارد با جمع کردن پول خود یک چادر نماز که توسط بنیاد ملی مد و لباس اسلامی - ایرانی

معرفی شده است، خریداری کند قیمت این چادر $5d + 4s$ است. اگر او در حال حاضر ۴s تومان داشته باشد و هر

هفته d تومان به پولش اضافه شود چند هفته طول می‌کشد تا بتواند پول آن را فراهم کند؟

۳- یک عبارت کلامی برای عبارت‌های جبری زیر بنویسید.

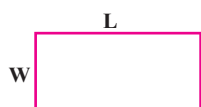
$$4x - 7$$

$$a + 8$$

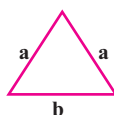
$$7x$$

۴- محیط و مساحت شکل‌ها را به صورت جبری بنویسید.

p =

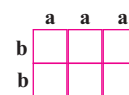


p =



p =

s =



۵- عبارت‌های جبری را ساده کنید.

۱) $3a - 8 + 7a + 6b$

۲) $3p + 4t - 2p + 7t$

۳) $(4n - 7) + (5n + 6)$

۴) $(2x - 8) - (3x + 7)$

۵) $4(2x - 1) + 3x - 7$

۶) $2x - 7 - (4x + 8)$

۷) $6 - 7e + 9h - 2h + 5e$

۸) $4(y + x + 2) - 8(x - 6 + 1)$

۹) $4x + 7y - 8x + 2y + 6x$

۶- کدام عبارت جبری زیر را می‌توان به صورت ساده‌تری نوشت؟

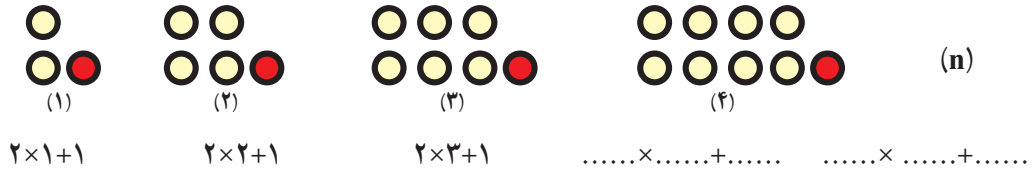
۱) $t + 5t$

۲) $-u - 3v + 4$

۳) $3z + 9y$

۴) $7m - 9n$

۱- به شیوه شمارش تعداد دایره‌ها توجه کنید. چه رابطه‌ای بین آن و شماره شکل‌ها وجود دارد؟



الف) تعداد دایره‌های شکل ۴ و شکل n ام را بنویسید.

ب) تعداد دایره‌های شکل دهم را پیدا کنید.

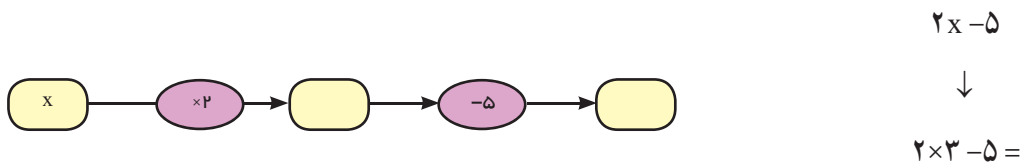
۲- اگر جمله n ام یک الگو ۳n-۵ باشد، جمله چهارم و دهم را پیدا کنید.

۳- عبارت ۲n-۷ را به ازای عددهای داده شده پیدا کنید. مانند نمونه راه حل را بنویسید.

n	۱	۳	۰	۸	-۵	-۷	$\frac{۳}{۲}$
۲n-۷	۲×۱-۷=-۵						

۴- برای پیدا کردن محیط تشک کشتی رابطه $p = 4a$ را نوشته‌اید. محیط یک تشک کشتی به طول ۵ متر را پیدا کنید.

۵- در نمودار جبری زیر به جای x مقدار ۳ را قرار دهید و حاصل را پیدا کنید. عبارت‌های جبری نمودار را کامل کنید.



در یک عبارت جبری اگر به جای متغیر یا متغیرهای آن، عدد یا عددهای معینی قرار دهیم، مقدار عددی آن عبارت به دست می‌آید. در انجام عملیات محاسبه مقدار عبارت، ترتیب انجام عملیات را که سال گذشته آموخته‌اید، رعایت کنید. در مثال زیر به نحوه ساختن یک عبارت عددی و سپس محاسبه و رعایت ترتیب انجام عملیات توجه کنید.

$$a - (a - 2b) \quad a = 5 \quad , \quad b = 3$$

$$5 - (5 - 2 \times 3) = 5 - (5 - 6) = 5 - (-1) = 5 + 1 = 6$$

۱- حسن و حسین مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای $s=3$ ، $t=6$ محاسبه کرده‌اند. کدام یک پاسخ را درست به دست آورده است؟ دلیل خود را بنویسید. $3(t+27 \div s)$

$$\text{حسین: } 3(6+27 \div 3)$$

$$= 3 \times (6+9)$$

$$= 3 \times 15 = 45$$

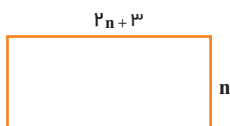
$$\text{حسن: } 3(6+27 \div 3)$$

$$= 3 \times (33 \div 3)$$

$$= 3 \times 11 = 33$$

۲- مقدار عددی عبارت را به ازای $a=2$ به دست آورید.

$$\frac{4a-1}{1+2a} =$$



۳- مستطیل مقابل را در نظر بگیرید.

الف) یک عبارت جبری برای پیدا کردن مساحت آن بنویسید.

ب) اگر $n=4$ باشد، مساحت مستطیل را پیدا کنید.

۴- مقدار عددی عبارت زیر را به ازای $x=3$ و $y=4$ به دست آورید.

$$x(y \times y - 8) \div 12 =$$

مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای $x=2$ و $y=3$ پیدا کنید.

$$3(2x-3y) - 5(x-2y)$$

$$3(2 \times 2 - 3 \times 3) - 5(2 - 2 \times 3) =$$

اکنون ابتدا عبارت جبری را ساده کنید، سپس مقدار آن را به ازای عددهای داده شده، پیدا کنید.

$$3(2x-3y) - 5(x-2y) =$$

از مقایسه جواب‌ها چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۱- سارا از یک فروشگاه کتاب تعداد k کتاب نو به مبلغ هر کدام ۷۰۰۰ تومان و s کتاب دست دوم به مبلغ هر کدام ۲۰۰۰ تومان خریداری می‌کند.

الف) یک عبارت جبری برای مجموع خرید سارا بنویسید.

ب) اگر سارا ۳ تا کتاب نو و ۶ کتاب دسته دوم خریده باشد، مجموع خرید سارا را پیدا کنید.



۲- کتابخانه ملی یکی از مراکز معتبر در ایران است که کتاب‌های خطی و چاپی دانشمندان ایرانی در دوران باشکوه تمدن اسلامی را (مخصوصاً کتاب‌های قرن‌های دوم تا هفتم هجری) نگهداری می‌کند. اگر m نسخه خطی و n نسخه چاپی در این کتابخانه نگهداری شود و از هر نسخه خطی ۲ میکروفیلم و از هر نسخه چاپی یک میکروفیلم تهیه شده باشد، تعداد کل میکروفیلم‌ها را با یک عبارت جبری نشان دهید.

اگر ۱۰۰۰ نسخه خطی و ۵۰۰۰ نسخه چاپی وجود داشته باشد، تعداد کل میکروفیلم‌ها را پیدا کنید.

۳- مقدار عددی عبارت‌های جبری را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

$$m+(n-1)(n-1) \quad m=3 \quad n=-4 \quad -6x+y(x-y) \quad x=8 \quad y=1$$

a	۲	-۵	$\frac{3}{4}$
$a+7$			

b	۳	-۳	۰	$-\frac{1}{2}$
$-3b+4$				

۴- مدیر یک دبیرستان قصد دارد دانش‌آموزان پایه هفتم را جهت بازدید از شلمچه و هویزه اعزام کند. هزینه بلیط قطار برای هر دانش‌آموز از تهران تا خرمشهر، سی هزار تومان است.

الف) هزینه خرید بلیط برای a دانش‌آموز را به صورت یک عبارت جبری بنویسید.

ب) اگر مدرسه دارای ۱۲۰ دانش‌آموز در پایه هفتم باشد، برای تهیه بلیط قطار دانش‌آموزان چقدر باید بپردازند؟

۵- مقدار عددی عبارت‌های جبری را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

$$\begin{cases} x=10 \\ y=20 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x-3y+7x-2(2x-y+3) \\ 2(x-3y+1)-(2x-6y-3) \end{cases}$$

۱- محیط مربعی ۱۲ متر است. طول ضلع آن چقدر است؟

$$p = 4a$$

در تساوی مقابل عدد ۱۲ را به جای چه حرفی باید قرار دهید؟ چرا؟

چه چیزی مجهول است و باید مقدار آن را به دست آورید؟

این مقدار از حل کدام رابطه به دست آمده است؟

۲- حالا می خواهیم ببینیم پاسخ رابطه $6n+7=37$ یعنی چه عددی به جای n در نظر بگیریم تا تساوی برقرار شود؟ برای

این کار به جای n عددهای مختلف را قرار دهید. درستی یا نادرستی تساوی را بررسی کنید.

n	۳	۴	۵	۶
$6n + 7 = 37$	$6 \times 3 + 7 = 25 \neq 37$			

کدام عدد تساوی را برقرار کرد؟

پاسخ معادله چیست؟

یک تساوی جبری که به ازای بعضی از عددها به تساوی عددی تبدیل شود، یک معادله نامیده می شود.

برای مثال $4n=12$ و $6n=37$ معادله هستند. جواب های معادله همان بعضی از عددها هستند که تساوی عددی را

برقرار می کنند.

پاسخ معادله های زیر را با حدس و آزمایش پیدا کنید.

$$8x - 7 = 17$$

$$5(x + 2) = 40$$

$$x \times x = 4$$

آیا حدس زدن و آزمایش کردن راه حل مناسبی است؟

۱- به دو طرف تساوی عددی زیر عددهایی را مانند نمونه اضافه کنید. آیا باز هم تساوی برقرار است؟

$$\begin{array}{cccc}
 \begin{array}{l} 4=4 \\ \downarrow \\ +3 \\ \hline 4+3=4+3 \end{array} &
 \begin{array}{l} 4=4 \\ \downarrow \\ -7 \\ \hline 4-7=4-7 \end{array} &
 \begin{array}{l} 4=4 \\ \downarrow \\ +1/5 \\ \hline 4+1/5=4+1/5 \end{array} &
 \begin{array}{l} 4=4 \\ \downarrow \\ -2/3 \\ \hline 4-2/3=4-2/3 \end{array}
 \end{array}$$

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲- دو طرف تساوی زیر را در عددهای مختلف ضرب کنید. آیا باز هم تساوی برقرار است؟

$$\begin{array}{cccc}
 \begin{array}{l} 8=8 \\ \downarrow \\ \times 3 \\ \hline 3 \times 8 = 3 \times 8 \end{array} &
 \begin{array}{l} 8=8 \\ \downarrow \\ \times -2 \\ \hline -2 \times 8 = -2 \times 8 \end{array} &
 \begin{array}{l} 8=8 \\ \downarrow \\ \times 1/5 \\ \hline 8 \times 1/5 = 8 \times 1/5 \end{array} &
 \begin{array}{l} 8=8 \\ \downarrow \\ \times 3/4 \\ \hline 8 \times 3/4 = 8 \times 3/4 \end{array}
 \end{array}$$

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۳- توضیح دهید که در هر مرحله چگونه از دو نتیجه فوق استفاده شده است تا معادله حل شود.

$$\begin{array}{l}
 2x - 1 = 7 \\
 \downarrow +1 \\
 2x - 1 + 1 = 7 + 1 \rightarrow 2x = 8 \\
 \downarrow \times \frac{1}{2} \\
 \frac{1}{2} \times 2x = 8 \times \frac{1}{2} \rightarrow x = 4
 \end{array}$$

مراحل حل معادله بالا را به صورت زیر نیز می‌توان خلاصه کرد.

$$2x - 1 = 7 \rightarrow 2x = 7 + 1 = 8 \rightarrow x = \frac{8}{2} = 4$$

۱- معادله‌های زیر را حل کنید.

$$\begin{array}{ll}
 -8 = 2x + 4 & 9 = 4x - 7 \\
 2x - 4 = x & 3 + 4x = 11 \\
 x - 3 = 4 & x - 6 = 10
 \end{array}$$

همان طور که در مقدمه شروع کتاب بیان شد، راهبرد روش‌های نمادین کاربردهای زیادی دارد. اکنون که استفاده از حروف را آموخته‌اید، مسئله زیر را به یک معادله تبدیل و آن را حل کنید.

باغبان شهرداری ۱۰۰ عدد گل بنفشه را در باغچه‌ای به مساحت ۶ متر مربع در میدان شهر کاشت و در آخر هم ۶ گل تا اضافه آورد او به طور متوسط در هر متر مربع چند بنفشه کاشته است؟

(انتخاب مجهول) خواسته مسئله: x : تعداد بنفشه‌ها در هر متر مربع

تبدیل عبارت کلامی مسئله به عبارت جبری (تشکیل معادله):

(حل معادله):

۱- معادله‌های زیر را حل کنید.

$$1) 2x - 3 = -9$$

$$2) 3x + 5 = 14$$

$$3) 3x - 2 = 10$$

$$4) 2x + 7 = 1$$

$$5) 7 + 2x = -8$$

$$6) 3x - 1 = 10$$

$$7) 2x - 4 = x - 3$$

$$8) x - 1 + 3x = 6x - 7$$

۲- فاطمه کتاب داستانی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۱۰ صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب ۱۰۰ صفحه داشته باشد، فاطمه به طور متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟

۳- محسن برای خرید ۸ مداد ۴۰۰۰ تومان به فروشنده داد و ۹۰۰ تومان پس گرفت. قیمت از آن مداد چند تومان بوده است؟

۴- از یک توپ پارچه ۳۰ متری ۱۲ دست کت و شلوار دوخته شده و ۳/۶ متر هم باقی مانده است. برای هر دست کت و شلوار چند متر پارچه مصرف شده است؟

۵- آیا $x=2$ جواب معادله $\frac{x-3}{3} - \frac{x-3}{2} = \frac{1}{6}$ است؟ چرا؟

۶- آیا $x=-3$ جواب معادله $x \times x - 3x = 0$ است؟ چرا؟

۷- احمد و بهمن ۳۶ جلد کتاب را صحافی کردند. احمد ۶ جلد کتاب بیش از بهمن صحافی کرده است. هر کدام از آنها چند جلد کتاب صحافی کرده است؟

حل سه تمرین زیر برای همه دانش‌آموزان الزامی نیست.

۸- سه عدد صحیح زوج متوالی پیدا کنید که حاصل جمع آن ۴۲- شود.

۹- دو عدد متوالی را بگونه‌ای پیدا کنید که مجموع آنها برابر ۱۹ گردد.

۱۰- چهار عدد صحیح فرد متوالی را بگونه‌ای پیدا کنید که مجموع آنها عدد ۸۰- گردد.

- در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.
- الگوی عددی
 - عبارت جبری
 - متغیر
 - جملات متشابه
 - معادله
- در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس بنویسید.
- نوشتن جمله n ام یک الگو
 - پیدا کردن جواب معادله با حدس زدن
 - تبدیل عبارت‌های کلامی به عبارت‌های جبری
 - تشکیل معادله و تبدیل مسئله‌های یک معادله
 - نوشتن محیط و مساحت شکل‌ها با عبارت جبری
 - پیدا کردن مقدار عددی یک عبارت جبری
 - ساده کردن عبارت‌های درس با جمع و تفریق جملات متشابه
 - مفهوم معادله و جواب معادله
 - ضرب عدد در پرانتز
 - روش حل معادله
 - ساده کردن عبارت و سپس محاسبه مقدار عبارت جبری

مهم‌ترین کاربرد این درس حل مسئله با کمک راهبرد روش‌های نمادین (تشکیل معادله) و بیان جبری الگوها و خاصیت‌ها و قوانین است. از این درس در فصل بعدی استفاده زیادی برای بیان رابطه‌های مربوط به مساحت و حجم خواهد شد.

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن باشید این فصل را به خوبی فرا گرفته‌اید.

۱- مقدر عبارت جبری زیر را به ازای $x = -1$ و $y = -2$ پیدا کنید.

$$3(2x - y + 1) - 4x + y - 3 - (2x - y - 7) =$$

۲- معادله زیر را حل کنید.

$$2x - 3x + 2(x + 2) = 14$$

۳- چهار عدد فرد متوالی پیدا کنید که حاصل جمع آنها ۸- شود.

۴- شخصی با سوزاندن ۳۵۰۰ کالری، ۴۵٪ کیلوگرم از وزنش خود را کم می‌کند. میزان کالری‌ای که فرد باید در هر روز

سوزاند تا در ۲ هفته ۱/۸ کیلوگرم از وزنش کم شود، چقدر است؟

۵- یک مسئله بنویسید که متناظر با معادله مقابل باشد.

$$2x - 1 = 7$$

۱- چهار عبارت جبری و چهار عبارت کلامی در زیر نوشته شده است. مشخص کنید که هر کدام از عبارات جبری

فوق، مربوط به کدام عبارت کلامی است:

(ب) چهار برابر تفاضل y و 3

(الف) پنج مقدار بیشتر از n

(د) حاصل ضرب x و y تقسیم بر 3

(ج) یک سوم عدد 19

(i) $\frac{19}{3}$ (ii) $4(y-3)$ (iii) $\frac{xy}{3}$ (iv) $n+5$

۲- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$-5-8+9 =$$

$$7+3-18 =$$

$$-12+12+3 =$$

$$-4-5-6 =$$

$$-3+14-11 =$$

$$-8+12-4 =$$

۳- عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$$5f+8f+4+10f-9 =$$

$$3a+7+3a-5a-10 =$$

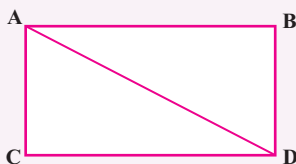
$$-4(x+1)+2(x+1) =$$

$$-6(y+x-1)+3(1-8-y) =$$

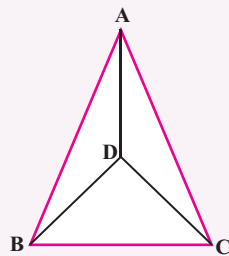
۴- مثلث قائم الزاویه ای رسم کنید که وترش 5 سانتی متر و یک زاویه آن 30° باشد. در کدام حالت از رسم مثلث

استفاده کرده اید؟

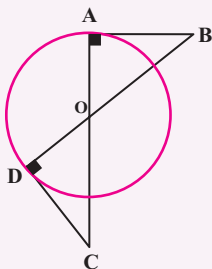
۵- چهارضلعی $ABCD$ یک مستطیل است دلیل تساوی دو مثلث را بنویسید.



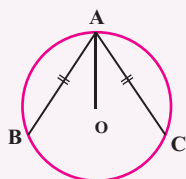
۶- در شکل مقابل $AC = AB$ و $DC = BD$ است. چرا AD نیمساز زاویه A است؟



۷- با توجه به شکل دلیل تساوی دو پاره خط AB و DC و همچنین دو پاره خط OB و OC را بنویسید.



۸- می دانیم $AC = AB$ است؟ چرا OA نیمساز زاویه A است؟



۹- در ساعت ۷ صبح یک روز زمستانی دمای اتاق ۱۸+ درجه بود. فاطمه پس از این که مقدار دمای هوای بیرون را از رادیو شنید، حساب کرد و گفت: هوای بیرون ۲۳ درجه از اتاق سردتر است. دمای هوای بیرون چند درجه بود؟
 ۱۰- جدول زیر را طوری کامل کنید که حاصل جمع هر ردیف و هر ستون و هر قطر ۳- شود.

-۱۲		-۴
-۲		-۱۸

۱۱- یک ماشین عددساز با قانون زیر کار می کند.

«عدد ورودی را در ۳ ضرب کن و حاصل را با ۷- جمع کن»

با وارد کردن عدد ۲+ به این دستگاه چه عددی خارج می شود؟

اگر عدد خارج شده ۵ باشد، چه عددی وارد دستگاه شده است؟

۱۲- حاصل عبارت روبه‌رو را به دست آورید. $-۱+۲-۳+۴-۵+...+۴۹+۵۰=$

علامت... یعنی عبارت به همین ترتیب ادامه پیدا می کند.

۱۳- با کارت‌های عدد به صورت **۶** **۴** **-۲** **۰** **-۱** **-۳** **-۵** **-۷** جاهای خالی را کامل

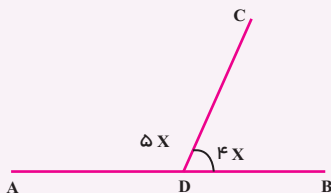
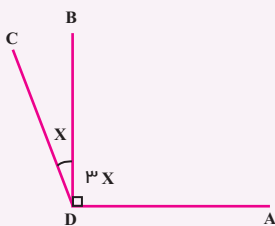
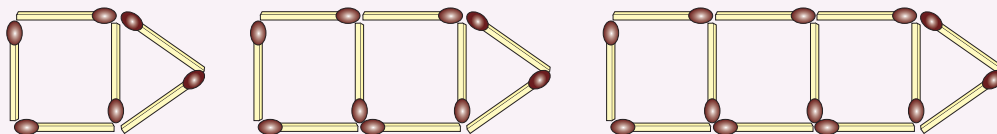
کنید.

$.....+.....=-۱$ $.....+.....=۳$ $.....+.....=۵$

بیشترین مقدار ممکن $.....+.....+.....=$ کمترین مقدار ممکن $.....+.....+.....=$

$.....+.....=-۱$

۱۴- با توجه به الگویی که در ساختن شکل‌های زیر است، تعداد چوب کبریت‌های لازم برای شکل n ام را پیدا کنید.





فصل ۵

سطح و حجم



- حجم های هندسی
- محاسبه حجم های منشوری
- مساحت جانبی و کل
- حجم و سطح

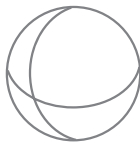
اهمیت بسته بندی محصولات غذایی کمتر از اهمیت تولید آن محصول نیست. برای مثال در بسته بندی شیرینی و شکلات کیفیت و ظاهر بسته بندی در فروش آن تأثیر زیادی دارد. یکی از موضوعات مهم در این بسته بندی ها رابطه بین سطح و حجمی است که با آن سطح می تواند به وجود آورد.



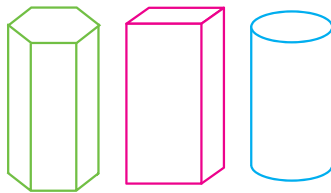
- ۱- به اطراف خود (کلاس - خانه - خیابان و ...) به دقت نگاه کنید.
آیا چیزی پیدا می کنید که حجم نداشته باشد؟
در تصویر مقابل چه نوع حجم هایی را می بینید؟
آیا همه آنها شکل هندسی دارند؟
آیا می توانید یک طبقه بندی از انواع حجم ها ارائه کنید؟

حجم ها را می توان به دو دسته هندسی و غیرهندسی تقسیم کرد. حجم های هندسی شکل های مشخص و تعریف شده دارند. حجم های هندسی را می توان به سه دسته تقسیم کرد. منشوری - کروی - هرمی. برخی از حجم های هندسی نیز ترکیبی از این سه نوع هستند.

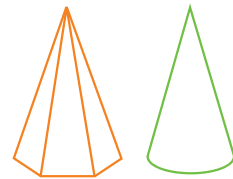
- ۱- در تصویر فعالیت بالا حجم های هندسی را با \checkmark و غیرهندسی را با \times مشخص کنید.
در حجم های هندسی نوع آن را تعیین کنید.
در حجم های ترکیبی نیز مشخص کنید که از چه نوع حجم هایی ساخته شده اند.
- ۲- با توجه به شکل های زیر خصوصیت های سه نوع حجم هندسی زیر را بنویسید.



حجم های کروی



حجم های منشوری



حجم های هرمی

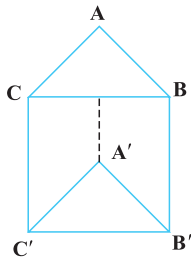
حجم های منشوری

حجم های مخروطی

حجم های کروی

حجم‌های منشوری بین دو صفحه موازی قرار می‌گیرند.
به دو سطح بالا و پایین آن قاعده و به سطح‌های اطراف آن وجه جانبی، و به محل برخورد هر دو سطح یال و به نقطه برخورد هر سه سطح رأس می‌گویند.

۱- در هر یک از منشورهای زیر مشخص کنید چند وجه دارد؛ یال‌ها، رأس‌ها و قاعده‌ها را نام ببرید.



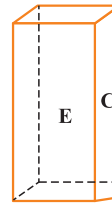
تعداد وجه‌های جانبی :

رأس‌ها :

یال‌ها :

قاعده‌ها :

منشور سه پهلو



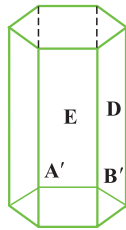
تعداد وجه‌های جانبی :

رأس‌ها :

یال‌ها :

قاعده‌ها :

منشور چهارپهلو



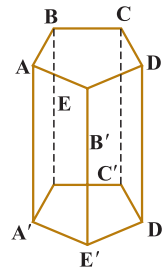
تعداد وجه‌های جانبی :

رأس‌ها :

یال‌ها :

قاعده‌ها :

منشور پنج پهلو منشور شش پهلو



تعداد وجه‌های جانبی :

رأس‌ها :

یال‌ها :

قاعده‌ها :

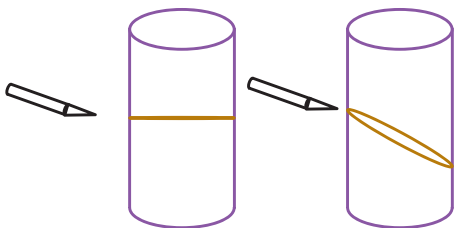
۲- برای اینکه در نام بردن یال و رأس چیزی جا نیفتد، از چه راهبردی استفاده می‌کنید؟

۳- اگر تعداد ضلع‌های قاعده منشور خیلی زیاد شود، به چه شکلی نزدیک می‌شود؟

۴- استوانه چند یال دارد؟ چند رأس؟ قاعده آن به چه شکلی است؟

با خمیر مجسمه‌سازی (یا می‌توانید از یک سیب‌زمینی استفاده کنید) یک استوانه بسازید. با یک قیچی یا چاقو مانند

شکل‌های زیر آن را برش بزنید. سطح برش خورده را رنگ کنید و روی یک کاغذ بزنید، اثر آن به چه شکلی است؟

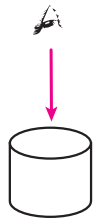


همین فعالیت را می‌توانید با برش‌های دیگر تکرار کنید. همچنین به جای استوانه می‌توانید

منشورهای دیگری را هم امتحان کنید. به این کار مقطع زدن می‌گویند.

نرم‌افزارهای زیادی هستند که می‌توانند این فعالیت را شبیه‌سازی کنند. در صورت

تمایل آنها را به کار ببرید.



۱- آیا ممکن است مقطع یک کره و یک استوانه هم شکل باشند؟ در چه صورت؟

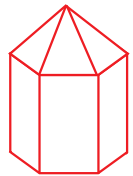
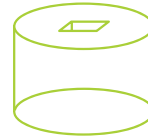
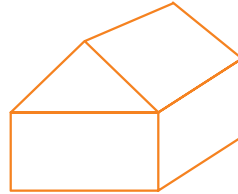
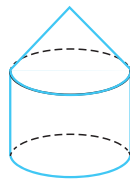
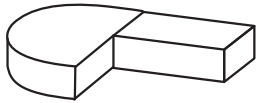
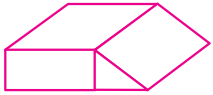
آیا ممکن است مقطع یک منشور و یک هرم هم شکل باشند؟

۲- یک استوانه از دید بالا به چه شکلی دیده می شود؟

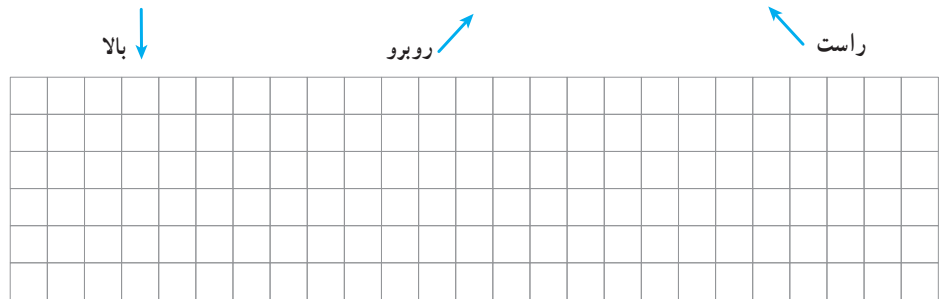
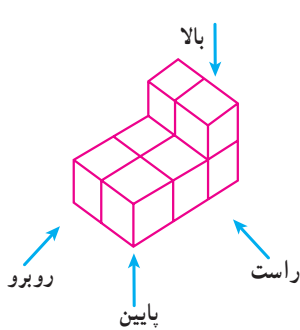
یک منشور ۶ پهلو به چه شکلی دیده می شود؟

رأس های منشوری با قاعده ۶ ضلعی منتظم روی دایره قاعده استوانه است. این حجم از بالا به چه شکلی دیده می شود؟

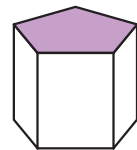
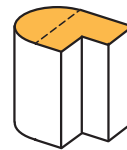
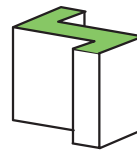
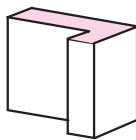
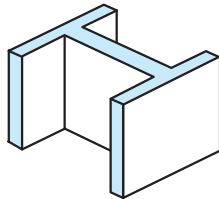
۳- مشخص کنید هر کدام از حجم های زیر، ترکیبی از کدام حجم ها هستند؟



۴- حجم مقابل را از ۴ جهت نگاه می کنیم این حجم از ۴ طرف به چه شکلی دیده می شود؟

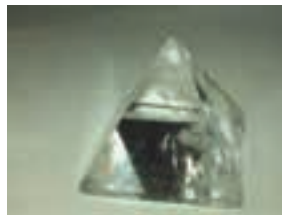


۵- قاعده منشورهای زیر را رسم کنید (در واقع دید از بالا یا همان مقطع منشور است).

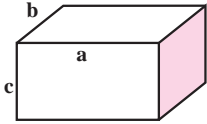


۶- بلورها کریستال های معدنی به طور طبیعی شکل می گیرند، ولی دارای حجم هندسی اند. برای نمونه مشخص کنید

۳ بلور زیر از چه حجم هایی درست شده اند؟



۱- در دوره دبستان آموختید که حجم یک مکعب مستطیل برابر است با حاصل ضرب طول، عرض و ارتفاع. با توجه به درس جبر که در فصل قبل یاد گرفتید، حجم مکعب مستطیل را با یک رابطه جبری نشان دهید.

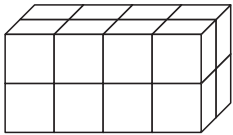


حجم $V =$

۲- قاعده مکعب مستطیل از ۸ مربع به ضلع یک سانتی متر درست شده است. (2×4)

اگر روی این قاعده، مکعب مستطیلی به ارتفاع ۳ سانتی متر درست کنیم.

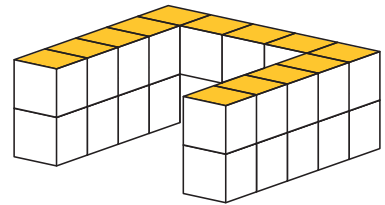
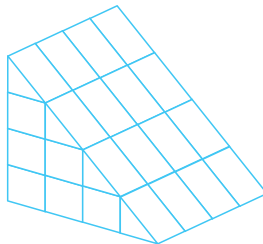
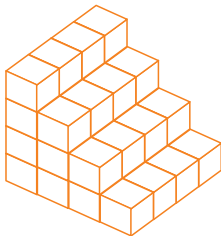
حجم آن چقدر می شود؟



اگر قاعده مکعب مستطیل 3×4 باشد، با همان ارتفاع چه حجمی درست می شود؟

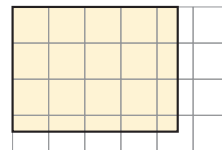
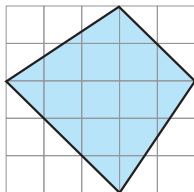
۳- همچنین آموختید که واحد حجم مکعبی به ضلع ۱ سانتی متر یا ۱ متر، یک سانتی متر مکعب یا یک متر مکعب

می گویند. مشخص کنید که هر کدام از حجم های زیر از چند مکعب واحد درست شده اند.



۴- اکنون هر کدام از شکل های زیر را به مربع های به ضلع ۱ سانتی متر تقسیم کنید تا مشخص شود قاعده هر کدام چند

مربع به ضلع یک سانتی متر است. (می توانید از عددهای کسری هم استفاده کنید.)



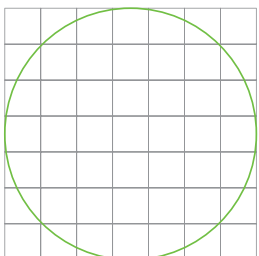
اگر روی این قاعده ها منشوری به ارتفاع ۳ سانتی متر درست کنیم، حجم هر کدام چقدر می شود؟

اگر به همین ترتیب بتوانیم مساحت قاعده هر منشور را با مربع های واحد سطح تقریب بزنیم، چگونه

می توانیم حجم شکل های منشوری را به دست آوریم؟

برای مثال قاعده یک استوانه که به شکل دایره است را با مربع های واحد تقریب بزنید و حجم استوانه

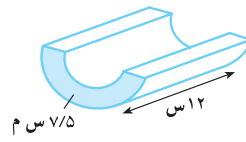
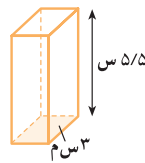
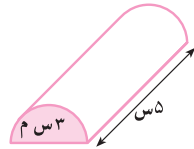
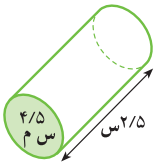
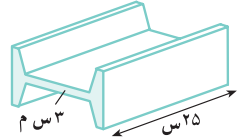
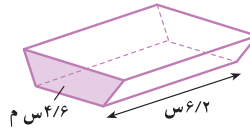
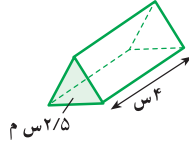
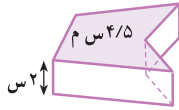
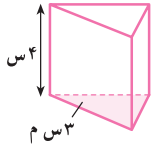
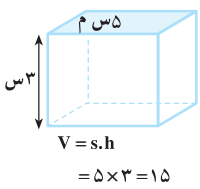
به ارتفاع ۳ سانتی متر را به طور تقریبی به دست آورید.



۱- با توجه به فعالیت صفحه قبل، رابطه جبری به دست آوردن حجم های منشوری (V) را که در آن مساحت قاعده منشور

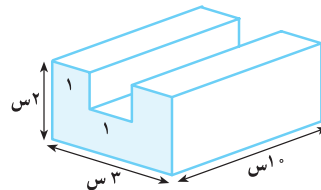
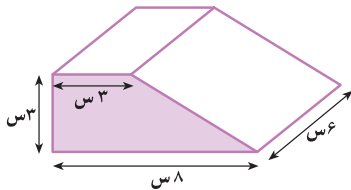
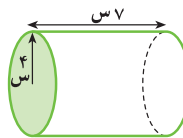
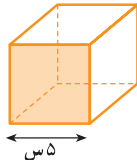
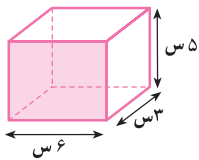
(S) و ارتفاع منشور (h) موجود است، بنویسید.

۲- با توجه به رابطه بالا و مساحت قاعده داده شده، حجم هر شکل را محاسبه کنید.



۳- ابتدا مساحت قاعده و سپس حجم هر یک از اجسام زیر را حساب کنید. برای به دست آوردن مساحت و حجم هر

شکل رابطه های جبری را بنویسید.



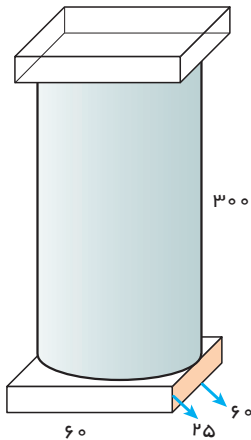
۴- منبع آبی به شکل استوانه است که شعاع قاعده آن ۸/۰ متر و ارتفاعش

۲ متر است. این منبع چند متر مکعب آب می گیرد؟



۵- یک جعبه دستمال کاغذی به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵، عرض آن ۱۲ و ارتفاعش ۵ سانتی متر

است. تعیین کنید چند عدد از این جعبه ها در یک کارتن مکعب مستطیل به ابعاد ۵۰ و ۳۰ و ۲۴ سانتی متر جا می گیرد؟



۱- حجم ستون شکل مقابل را به صورت تقریبی پیدا کنید.

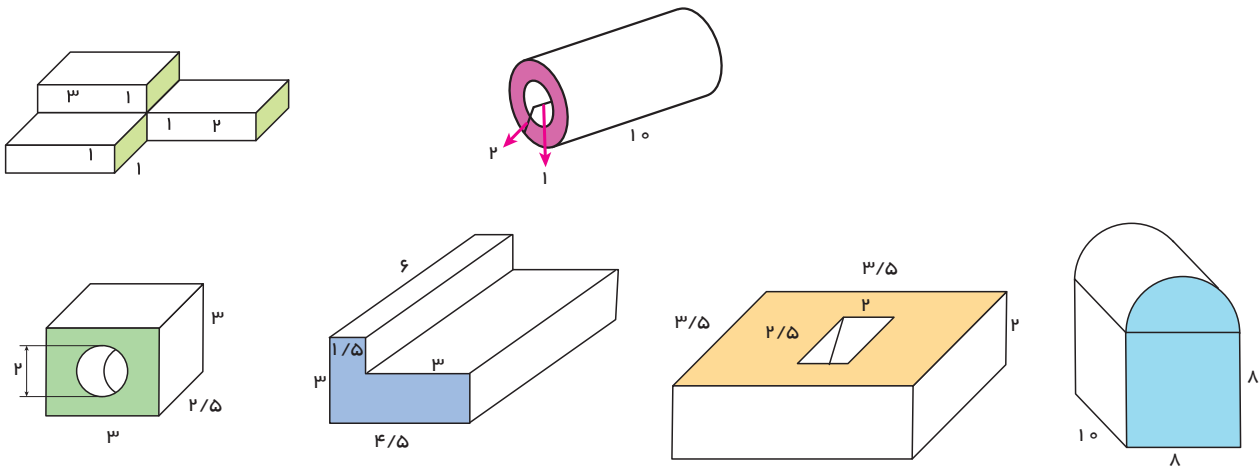
(کل شکل را مکعب مستطیل در نظر بگیرید)

حالا کمی دقیق تر محاسبه کنید و آن را به سه قسمت تقسیم کرده و حجم سه تکه را جداگانه

حساب کنید و مجموع را به دست آورید. (شعاع قاعده استوانه چند است؟)

تفاوت دو جواب را به دست آورید.

۲- حجم اشکال زیر را به دست آورید.



۳- چاهی به عمق ۱۲ متر حفر کرده ایم. شعاع دهانه این چاه $\frac{1}{4}$ متر است. وقتی خاک کنده و بیرون ریخته می شود،

حجم آن $\frac{1}{3}$ برابر می شود. اگر خاک این چاه بعد از بیرون آمدن در سطحی به ابعاد ۴ و ۵ متر به طور یکنواخت ریخته شود تا

یک مکعب مستطیل به وجود آید، ارتفاع این مکعب مستطیل چقدر خواهد شد؟

۴- حوضی است به شکل مکعب مستطیل و ابعاد آن ۴ و ۳ و $\frac{1}{5}$ متر است. این حوض خالی را با شیرآبی که در هر دقیقه

۶۰ لیتر آب وارد آن می کند، پر می کنیم. چند ساعت طول می کشد تا حوض پر شود؟

۵- یک پارچ به شکل استوانه است که ارتفاع آن ۳۰ سانتی متر و شعاع قاعده آن ۴ سانتی متر است. آب داخل این پارچ

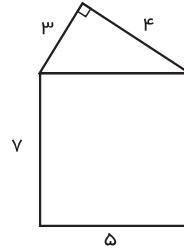
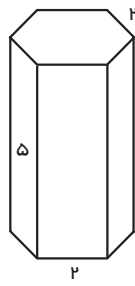
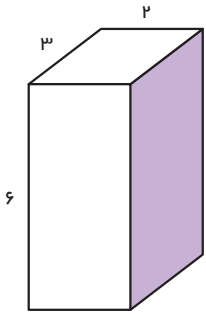
را در لیوان هایی به شکل استوانه که ارتفاع آنها ۱۰ سانتی متر و شعاع قاعده آن ۲ سانتی متر است، می ریزیم. این آب چند لیوان

را پُر می کند؟

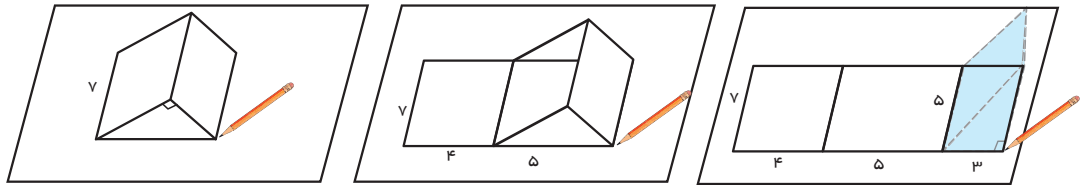
۶- قاعده یک منشور سه پهلو مثلث قائم الزاویه ای که اندازه ضلع های قائمه آن ۳ و ۴ است. ارتفاع این منشور ۶

سانتی متر است. حجم این منشور را پیدا کنید.

۱- مساحت همهٔ وجه‌های جانبی منشورهای زیر را به دست آورید. هر وجه چه شکلی دارد؟
به مجموع این مساحت‌ها مساحت جانبی شکل می‌گویند.

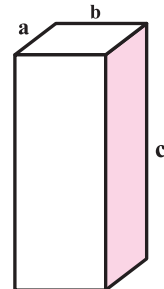
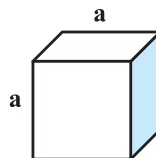
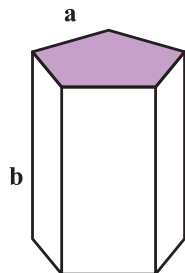
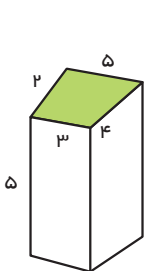


۲- برای به دست آوردن مجموع مساحت جانبی منشور سه پهلوی بالا به صورت زیر، آن را روی کاغذ قرار می‌دهیم، و به اندازهٔ طول هر ضلع یک علامت می‌گذاریم.



با توجه به شکل‌های بالا چگونه می‌توانستیم ساده‌تر مساحت جانبی را به دست آوریم؟
۳- با توجه به سؤال ۲ بالا اگر مساحت را با S ، محیط را با p و ارتفاع را با h نشان دهیم. رابطهٔ جبری مساحت جانبی منشورهای بالا را بنویسید.

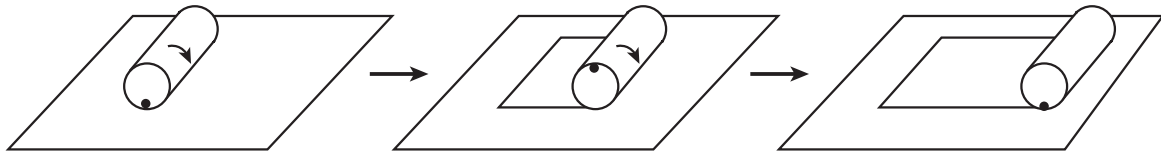
۱- مساحت جانبی شکل‌های زیر را پیدا کنید.



۲- ستونی به شکل منشور ۶ پهلوست که هر ضلع آن $\frac{1}{2}$ متر و ارتفاع آن ۵ متر است. می‌خواهند بدنهٔ این ستون را

کاشی کاری کنند. چند متر مربع کاشی لازم است؟

۱- یک استوانه را به شکل زیر روی یک صفحه می‌غلطانیم و ابتدا و انتهای کار را مشخص می‌کنیم.

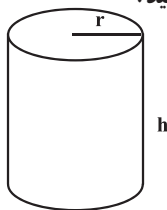


با این کار چه شکلی به دست می‌آید؟

طول و عرض آن چگونه به دست می‌آید؟

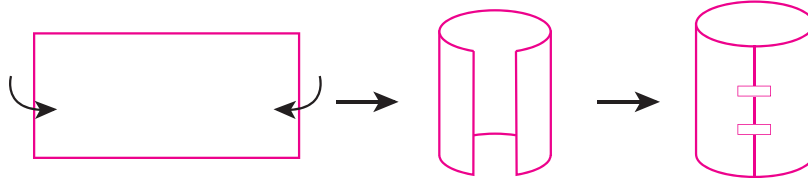
مساحت این شکل چگونه به دست می‌آید؟

۲- با توجه به سؤال بالا مساحت جانبی یک استوانه به ارتفاع h و شعاع قاعده r را با عبارت جبری نشان دهید.



$$S' = \dots\dots\dots$$

۱- با توجه به سؤال بالا با یک مستطیل می‌توان یک سطح استوانه‌ای درست کرد.

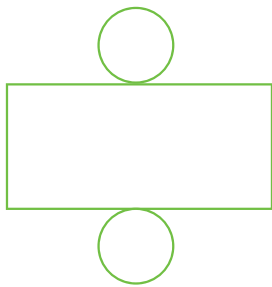


این سطح استوانه را روی کاغذ بگذارید و دور آن خط بکشید. این دایره قاعده استوانه است. چون استوانه ۲ قاعده

دارد. ۲ دایره و یک مستطیل مساحت کل استوانه را تشکیل می‌دهند.

شکل مقابل را گسترده استوانه می‌گویند.

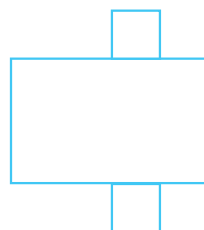
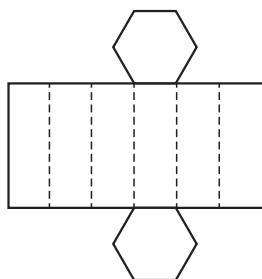
چه رابطه‌ای بین دایره و مستطیل در این گسترده وجود دارد؟



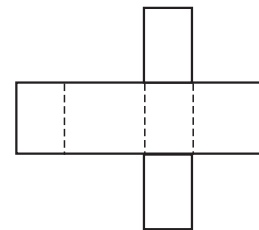
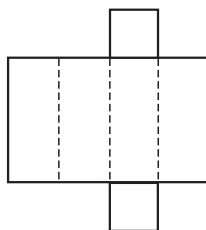
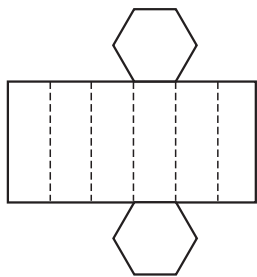
۲- گسترده یک منشور ۶ پهلو با قاعده ۶ ضلعی منظم و گسترده یک مکعب مستطیل با قاعده مربع در

شکل‌های زیر رسم شده‌اند.

چه رابطه‌ای بین قاعده‌ها و مستطیل‌ها وجود دارد؟



۱- گسترده چند منشور داده شده است. آنها را روی کاغذ بکشید و منشورها را درست کنید و به کلاس بیاورید.



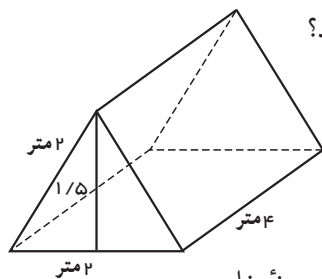
در چه صورت گسترده شکل وسط به یک مکعب تبدیل می شود؟



۲- یک غلتک بر روی زمین آسفالت شده باید ۴ بار غلت بزند تا سطح آن صاف شود. اگر شعاع غلتک ۵۰ سانتی متر و ارتفاع استوانه آن ۱ متر باشد، برای آسفالت کردن سطح یک کوچه به طول ۲۰ و عرض ۴ متر، این غلتک باید به طور تقریبی چند بار بچرخد؟

۳- یک چرخ ماشین که کاملاً خیس شده است، با ۱۰ دور چرخیدن روی زمین جای خود را مشخص می کند تا خشک

شود. اگر چرخ به ضخامت ۲۰ سانتی متر و قطر ۷۰ سانتی متر باشد، چه مساحتی از زمین را خیس خواهد کرد؟



۴- یک چادر مسافرتی به شکل مقابل است. چند متر پارچه برای ساخت آن به کار رفته است؟

حجم این چادر چقدر است؟

۵- یک مخزن نفت به شکل استوانه ای است که شعاع قاعده آن ۳ متر و ارتفاعش ۵ متر است. می خواهیم بدنه خارجی و

سقف آن را رنگ بزنیم. اگر هزینه رنگ کردن هر متر مربع ۳۰۰۰ تومان باشد، برای رنگ کردن این مخزن چقدر باید هزینه کرد؟

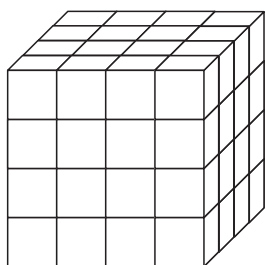
۶- می خواهیم با مقوا مکعبی به ضلع ۱۰ cm بسازیم. چند سانتی متر مربع مقوا به کار می رود؟

۷- یک جعبه به شکل مکعب مستطیل به ابعاد ۳۰ و ۵۰ و ۴۰ سانتی متر را با کاغذ کادو پوشانده ایم. برای پوشاندن این

جعبه حداقل چند سانتی متر کاغذ کادو لازم داریم؟ چرا در این مسئله حداقل خواسته شده است؟

۸- با مکعب های به ضلع ۱ واحد حجم مقابل را ساخته ایم. اگر تمام سطح های این حجم را رنگ کنیم، چند مکعب

رنگ نمی شوند؟

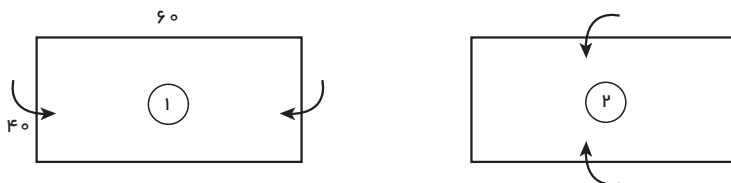


چند مکعب رنگ می شود؟

چند مکعب ۲ وجهشان رنگ می شود؟

چند مکعب ۳ وجهشان رنگ شده است؟

۱- یک مستطیل به طول عرض داده شده را به دو صورت زیر لوله می‌کنیم تا استوانه به دست آید.



در هر حالت حجم استوانه را به دست آورید. مانند نمونه از رابطه‌های جبری کمک بگیرید. برای ساده‌تر شدن محاسبه‌ها عدد پی (π) را ۳ در نظر بگیرید. در هر حالت ابتدا شعاع قاعده و ارتفاع استوانه را تشخیص دهید.

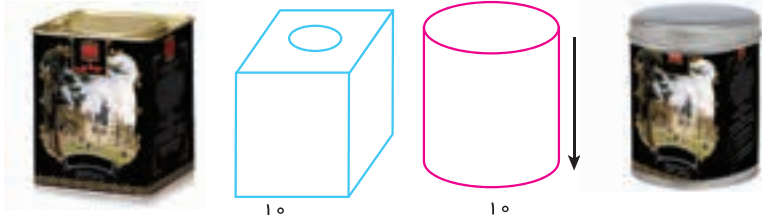
$$V_1 = h \times S = h \times r_1 \times r_1 \times \pi =$$

$$V_2 = h \times S =$$

با مقایسه حجم‌ها و با توجه به اینکه هر دو حجم با یک مستطیل ساخته شده است، چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲- یک کارخانه تولید چای دو نوع بسته‌بندی به شکل‌های زیر ارائه می‌کند. هر دو نوع قوطی با ورق گالوانیزه درست

شده‌اند. در کدام یک چای بیشتری جا می‌گیرد؟



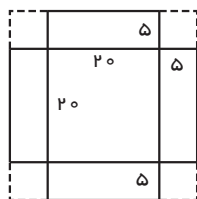
در کدام یک ورق گالوانیزه بیشتری برای ساخت قوطی به کار رفته است؟ در محاسبات خود عدد π را ۳ در نظر بگیرید.

با توجه به عددهای بالا اگر شما مدیر کارخانه باشید، کدام نوع بسته‌بندی را انتخاب می‌کنید؟ چرا؟

کدام نوع بسته‌بندی در حمل و نقل بهتر است و جای کمتری می‌گیرد؟ چرا؟

برای بسته‌بندی شیرینی جعبه‌هایی را درست می‌کنند. شکل گسترده این جعبه‌ها به صورت زیر است و پس از تا کردن

مربع‌ها گوشه‌ها روی هم قرار می‌گیرند و جعبه درست می‌شود.

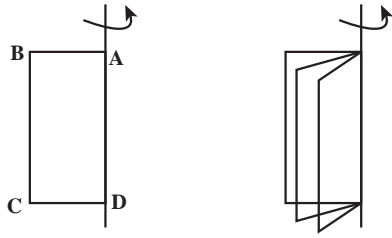


با توجه به اندازه‌های داده شده، حجم (گنجایش) جعبه را پیدا کنید.

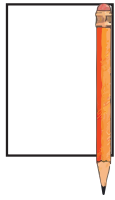
اگر به جای ۵ سانتی متر لبه‌ها را ۶ سانتی متر در نظر بگیریم با همین مقوا حجم جعبه بیشتر می‌شود یا کمتر؟

مستطیل ABCD را حول محوری که از AD می‌گذرد، دوران می‌دهیم. شکل زیر نشان می‌دهد که مستطیل‌ها چگونه

حرکت می‌کنند.



شما هم مانند شکل زیر کاغذی را روی مدادی بچسبانید و آن را بچرخانید و حرکت مستطیل را تماشا کنید.



با چرخاندن این مستطیل چه حجمی به وجود می‌آید؟

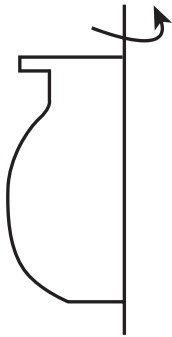
مشخصات آن حجم را بنویسید.

همان‌طور که ملاحظه می‌کنید، با حرکت یک سطح در فضا حجم ساخته می‌شود. همین کار را برای شکل‌های دیگر نیز می‌توان انجام داد تا حجم‌های دیگری ساخته شوند. در سال‌های بعد در این مورد بیشتر توضیح داده خواهد شد.

۱- سطحی مثل شکل مقابل را حول محور d دوران می‌دهیم.

حجم چه شکلی ساخته می‌شود؟ می‌توانید با یک فرفره و چرخاندن آن حجم ایجاد شده را ببینید.

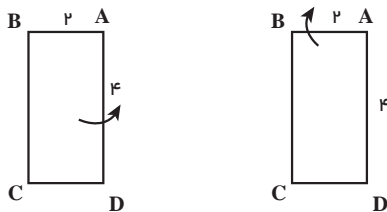
از این خاصیت در خراطی، تراشکاری و سفالگری برای ساختن حجم‌های مختلف استفاده می‌کنند.



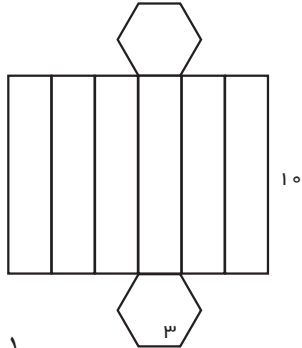
d

۲- یک مستطیل را یک بار حول محور AD و یک بار حول محور AB دوران دهید. حجم حاصل از این دوران را

حساب کنید.



۱- یک مقوا به طول و عرض، ۲۰×۵ را به شکل استوانه به ارتفاع ۵ در آورده‌ایم. یک مقوای دیگر را نیز به ابعاد ۱۰×۱۰ را به شکل یک استوانه در آورده‌ایم. با توجه به اینکه مساحت مقواها در دو حالت برابر است، کدام استوانه حجم بیشتری دارد؟

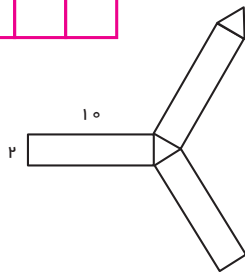
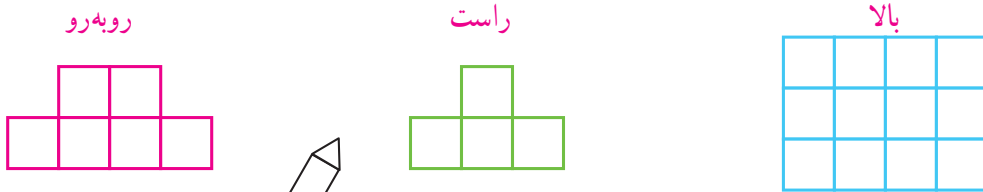


۲- با شکل مقابل یک منشور درست کرده‌ایم. مساحت جانبی آن را پیدا کنید.

۳- یک صابون مکعب مستطیل شکل به حجم ۳۲ سانتی متر مکعب پس از چند بار مصرف، کوچک شده و به ابعاد $۲ \frac{1}{۲}$ و ۴ و $۱ \frac{1}{۲}$ سانتی متر تبدیل شده است. چند درصد این صابون استفاده شده است؟

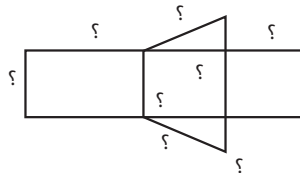
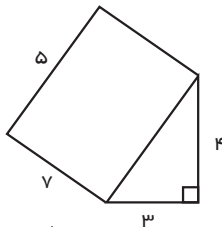
۴- یک استوانه که با یک مقوا به طول ۲۰ سانتی متر و عرض ۱۰ سانتی متر ساخته شده به طور تقریبی چه حجمی دارد؟ (ارتفاع استوانه ۲۰ است.)

۵- اگر یک حجم از بالا و سمت راست و روبرو به صورت زیر دیده شود، آن حجم را رسم کنید.

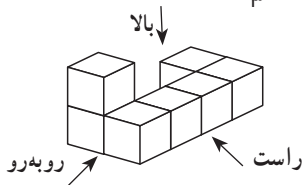


۶- شکل مقابل گسترده یک منشور را نشان می‌دهد. مساحت جانبی منشور را پیدا کنید.

۷- با توجه به حجم منشور و ابعاد آن، اندازه ضلع‌های گسترده آن را بنویسید.



۸- حجم مقابل از راست، بالا و روبرو چگونه دیده می‌شود؟



در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

- حجم هندسی
- حجم منشوری
- مساحت جانبی
- مساحت کل
- گسترده

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه تهیه کنید.

- انواع حجم‌های هندسی
- حجم مخروطی و حجم منشوری
- قاعده، وجه، یال و رأس حجم‌های منشوری
- مقطع زدن یک حجم منشوری
- رابطه پیدا کردن حجم‌های منشوری
- رابطه پیدا کردن مساحت جانبی حجم‌های هندسی
- رابطه پیدا کردن مساحت کل حجم‌های منشوری
- ساختن یک حجم به کمک گسترده آن
- دوران سطح حول یک محور و ساختن حجم
- مقایسه حجم‌هایی که به یک سطح مشخص درست شده‌اند.

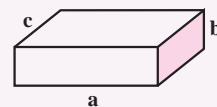
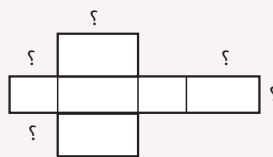
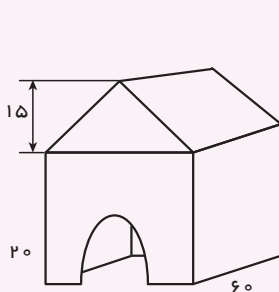
کاربرد این فصل در زندگی روزمره فراوان است. در دنیایی از اجسام زندگی می‌کنیم و نیاز داریم حجم‌های مختلف را اندازه بگیریم و برای ساختن حجم‌ها نیز از سطح‌ها (کاغذ، مقوا، ورق و ...) استفاده می‌کنیم.

در صورتی که تمرین‌های زیر را توانستید انجام دهید. مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی یاد گرفته‌اید.

۱- حجم، مساحت جانبی و مساحت کل شکل‌های زیر را به دست آورید.

استوانه به شعاع قاعده ۲ و ارتفاع ۲ منشور چهار پهلو با قاعده مربع به ضلع ۲ و ارتفاع ۲۰

۲- الف) با توجه به شکل مکعب مستطیل اندازه و ضلع‌های خواسته شده روی گسترده آن را مشخص کنید.



ب) حجم شکل مقابل را به دست آورید.



فصل ۶

شمارنده‌ها و اعداد اول



- عدد اول
 - شمارنده اول
 - بزرگ‌ترین شمارنده مشترک
 - کوچک‌ترین مضرب مشترک
- دسته‌بندی کردن و به‌خصوص ساختن دسته‌های مساوی و قابلیت تقسیم از مفاهیم با کاربرد در زندگی روزمره‌اند. وقتی سربازها در دسته‌های منظم شده رژه قرار دارند، تعداد آنها باید بر تعداد ردیف‌ها و ستون‌ها قابل قسمت باشد.

۱- دانش‌آموزان یک مدرسه در کلاس‌های ورزشی ثبت نام کرده‌اند. جدول تعداد ثبت نام شده‌ها و تعداد نفرات هر تیم در آن رشته در جدول زیر مشخص شده است. در کدام رشته ورزشی تعداد ثبت نام شده‌ها مناسب است؟ چرا؟
در کدام رشته تعداد ثبت نام شده‌ها مناسب نیست؟ چرا؟

رشته ورزشی	فوتسال	والیبال	بسکتبال	پینگ پنگ	بدمینتون
تعداد ثبت نام شده‌ها	۲۱	۱۲	۱۳	۹	۷
تعداد نفرات هر تیم	۱۲	۶	۵	۲	۲

با کمترین جابه‌جایی نفرات، پیشنهادی ارائه کنید تا تعداد نفرات تمام رشته‌ها مناسب شوند.

۲- عدد ۶ را مانند نمونه به صورت ضرب دو عدد طبیعی بنویسید و معنی کنید.

$$6 = \quad \text{یعنی دو دسته ۳ تایی } 3 \times 2 = 6$$

$$6 = \quad$$

۳- عدد ۱۰ را مانند نمونه تقسیم کنید و یک تساوی بنویسید و آن را معنی کنید. (تقسیم‌ها نباید باقی مانده بیاورند).

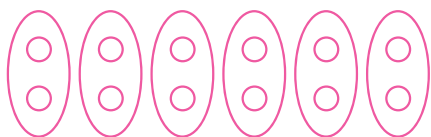
$$10 \div 2 = 5 \quad \text{یعنی } 10 \text{ را می‌توان } 2 \text{ تا } 2 \text{ تا شمارد}$$

$$10 \div$$

$$10 \div$$

$$10 \div$$

۴- ۱۲ دایره را مانند نمونه به دسته‌های مساوی تقسیم کنید. یعنی مشخص کنید ۱۲ را چند تا چند تا می‌شود شمارد. به



این ترتیب شمارنده‌های عدد ۱۲ به دست می‌آید.

۲, : شمارنده‌های ۱۲

۱- با یکی از روش‌های بالا شمارنده‌های هر عدد را مشخص کنید.

شمارنده‌های ۱۴ :

شمارنده‌های ۱۵ :

شمارنده‌های ۹ :

شمارنده‌های ۸ :

۲- عدد ۲، شمارنده ۴ هست. ۴ هم شمارنده ۱۲ است. آیا می‌توان نتیجه گرفت که ۲ شمارنده ۱۲ هم هست؟ چرا؟

۳- به طور کلی اگر a شمارنده b باشد، b هم شمارنده c باشد، آیا می‌توان نتیجه گرفت که a شمارنده c هم هست؟ چرا؟

۱- جدول زیر را کامل کنید. شمارنده‌های عدد را از کوچک به بزرگ بنویسید.

با دیدن این جدول چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟

عدد _____ شمارنده همه اعداد است.

کوچک‌ترین شمارنده هر عدد _____ است.

بزرگ‌ترین شمارنده هر عدد _____ است.

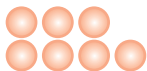
همه شمارنده‌های یک عدد _____ خرد عدد هستند.

بعضی از عددها فقط _____

هر عدد بزرگ‌تر از ۱ حداقل _____ دارد.

عدد	شمارنده‌های عدد			
۹				
۱۵				
۴				
۱۴				
۵				
۱۳				

۲- برای عدد ۷ از روش‌های ضرب یا تقسیم کردن یا دسته‌بندی استفاده کرده و شمارنده‌های آن را پیدا کنید.



به عددهایی مثل ۵، ۱۳ و ۷ که فقط ۲ شمارنده دارند و آن دو شمارنده عدد یک و خود آن عدد می‌باشد،

عدد اول می‌گویند.

۱- مانند نمونه عددها را به حاصل ضرب دو عدد غیر از یک بنویسید.



کدام عددها را نمی‌توان به صورت ضرب دو عدد غیر از یک نوشت؟

آیا می‌توان گفت هر عددی که به صورت ضرب دو عدد، بزرگ‌تر از یک نوشته شود، اول نیست؟

۲- با قاعده‌های بخش‌پذیری ۲، ۳، ۵ که در دبستان آموخته‌اید و یا روش‌های بالا، مشخص کنید کدام یک از عددهای

طبیعی کمتر از ۳۰، اول هستند. دور آنها را خط بکشید. عددهایی را که اول نیستند، به صورت بالا با ضرب دو عدد غیر از یک

نشان دهید.

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰



۱- آیا عدد ۱۷ شمارندهٔ ۲۴۷ هست؟ چرا؟

۲- آیا اگر عددی بر ۳ بخش پذیر بود، می توان گفت که ۳ شمارندهٔ آن است؟

۳- ۴ عدد بنویسید که ۵ شمارندهٔ آنها باشد.

۴- کدام یک از عددهای روبه‌رو بر ۱۵ بخش پذیر است؟ چرا؟ ۳۶۰ ، ۵۵۵ ، ۹۲۴ ، ۳۴۵

۵- تمام شمارنده‌های عددهای زیر را بنویسید.

۴۰ ۳۰ ۲۰ ۱۸ ۲۴

۶- جملات درست را با ✓ و جملات نادرست را با × مشخص کنید. دلیل نادرست بودن آن جمله را بنویسید.

— عدد ۲۹ اول است. — هر عدد حداقل ۲ شمارنده دارد.

— تمام عددهای اول، فرد هستند؛ چون اگر زوج باشند، عدد ۲ شمارندهٔ آنها می‌شود.

— اگر عددی غیر از خودش و یک شمارندهٔ دیگری داشت، حتماً اول نیست.

۷- در کلاس ۴ گروه ۳ نفره و ۶ گروه ۴ نفره وجود دارد. دانش‌آموزان این کلاس را در چند حالت می‌توان به گروه‌هایی با تعداد

مساوی که تعداد نفرات هر گروه بین ۲ و ۷ نفر باشند، تقسیم کرد؟

۸- وقتی می‌نویسیم $3 \times 6 = 18$ ، آیا می‌توان نتیجه گرفت که هم ۳ و هم ۶ شمارنده‌های ۱۸ هستند؟ چرا؟

آیا می‌توان نتیجه گرفت که همیشه تعداد شمارنده‌های یک عدد زوج است؟

۹- آیا حاصل ضرب دو عدد اول می‌تواند عددی اول باشد؟ چرا؟

۱۰- هر عبارت را کامل کنید.

— مجموع دو عدد طبیعی فرد همیشه عددی _____ است.

— مجموع دو عدد طبیعی زوج همیشه عددی _____ است.

— مجموع یک عدد زوج و یک عدد فرد همیشه عددی _____ است.

پس از تکمیل کردن جمله‌های فوق (می‌توانید با حدس و آزمایش جمله‌ها را کامل کنید.) به سؤال زیر پاسخ دهید.

— آیا حاصل جمع دو عدد اول همواره یک عدد اول می‌باشد؟

۱- تمام شمارنده‌های عددهای زیر را بنویسید.

شمارنده‌های ۱۲ :

شمارنده‌های ۳۵ :

شمارنده‌های ۱۴ :

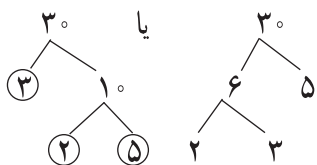
شمارنده‌های ۹ :

در هر قسمت، زیر شمارنده‌هایی که عدد اول هستند، خط بکشید.

شمارنده‌های اول ۳۵ چه عددی اند؟ شمارنده اول عدد ۹ چه عددی است؟

۲- مانند نمونه هر عدد را به صورت ضرب دو عدد بنویسید. این کار را آن قدر ادامه دهید تا به شمارنده‌های اول آن عدد

برسید.



۴۵

۸۰

۲۱۰

۲۰

۲۰۰

۳- با توجه به نمودارهای درختی بالا می‌توان عددها را به صورت ضرب عددهای اول نوشت :

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$45 =$$

$$80 =$$

$$210 =$$

$$20 =$$

$$100 =$$

شمارنده‌های اول عددهای اولی هستند که با استفاده از حاصل ضرب و تکرار آنها، می‌توان عددهای مختلفی را به دست

آورد.

$$12 = 3 \times 2 \times 2$$

با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ عددهای مختلف را با ضرب کردن بسازید. مانند نمونه‌ها بنویسید.

$$1 \times 2 = 2$$

$$1 \times 3 = 3$$

$$2 \times 3 = 6$$

$$2 \times 2 \times 3 = 12$$

=

=

=

=

=

=

=

=

ویژگی عددهای به دست آمده این است که شمارنده‌های اول آنها عددهای ۲ و ۳ هستند.

شمارنده‌های اول عددهای زیر را با رسم نمودار درختی پیدا کنید و آنها را به صورت ضرب شمارنده اول بنویسید.

۱۰۰

۳۶

۸

۱۰۰ =

۳۶ =

۸ =

۱- در دوره دبستان آموختید که چگونه کسرها را ساده کنید. به مثال‌های زیر توجه کنید.

$$\frac{4}{6} = \frac{\cancel{2} \times 2}{\cancel{2} \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{18}{27} = \frac{2 \times \cancel{9}}{3 \times \cancel{9}} = \frac{2}{3}$$

با تجزیه کردن، عددهای صورت و مخرج، کسرها را تا حد امکان ساده کنید. در واقع شمارنده‌های مشترک صورت و مخرج را ساده کنید.

$$\frac{20}{50} =$$

$$\frac{28}{42} =$$

$$\frac{81}{32} =$$

۲- مساحت یک مستطیل که طول و عرض آن عددهای طبیعی اند ۱۸ شده است. تمام حالت‌هایی را که طول و عرض مستطیل می‌توانند داشته باشند، بنویسید.

طول و عرض این مستطیل چه ارتباطی با مساحت آن دارند؟



۱- شمارنده‌های اول صورت یک کسر ۲ و ۳ هستند. شمارنده‌های اول مخرج آن کسر ۵ و ۷ هستند. آیا این کسر ساده

می‌شود؟ چرا؟

۲- سه کسر بنویسید که پس از ساده شدن برابر $\frac{3}{5}$ شود.

۳- با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ چند عدد تولید می‌شود که بین 30° و 50° باشد؟

۴- عدد a پس از تجزیه به صورت مقابل در آمده است. $a = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$

شمارنده‌های اول آن چه عددهایی‌اند؟ ۴ شمارنده این عدد را بنویسید که اول نباشند.

۵- عدد b پس از تجزیه به صورت مقابل در آمده است. $b = 4 \times 3 \times 15 \times 6$

شمارنده‌های اول آن چه عددهایی هستند؟

۶- عددهای زیر را با رسم نمودار درختی تجزیه کرده و شمارنده‌های اول آنها را مشخص کنید.

۱۸۰

۱۰۴

۲۹۷

۷- عددهای ۷ و ۵ و ۱۳ اول هستند. شمارنده‌های اول آنها را بنویسید. براساس آن تعریف دیگری برای عددهای اول

ارائه کنید.

۸- جملات درست را با \checkmark و نادرست را با \times مشخص کنید. دلیل نادرستی را توضیح دهید.

(الف) تمام عددها شمارنده اول دارند.

(ب) اگر عددی زوج باشد یکی از شمارنده‌های اولش ۲ است.

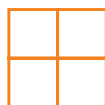
(ج) هیچ عددی پیدا نمی‌شود که ۵ شمارنده اول داشته باشد.

(د) تعداد عددهای اول بی‌پایان‌اند.

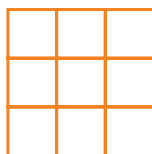
۹- الگوهای شکل‌ها را به الگوهای عددی تبدیل کنید. جمله n ام هر کدام را بنویسید.



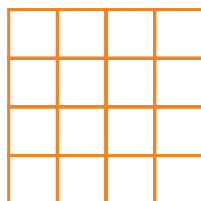
(۱)



(۲)



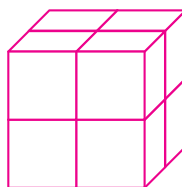
(۳)



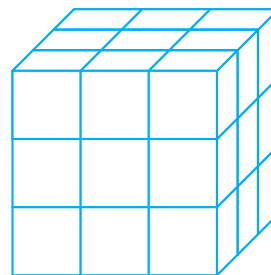
(۴)



(۱)



(۲)



(۳)



۱- قرار است دانش‌آموزان سال اول یک مدرسه به اردو بروند. آنها می‌خواهند در اردو چادر بزنند. تعداد افراد چادرها باید مساوی باشند. کلاس اول الف ۳۰ دانش‌آموز دارد. در این کلاس از چادرهای چند نفره می‌توان استفاده کرد؟ چرا؟

کلاس اول ب، ۳۶ دانش‌آموز دارد. برای این کلاس چه چادرهایی می‌توان بر پا کرد؟ چرا؟

اگر قرار باشد یک نوع چادر، برای هر دو کلاس تهیه کنیم، چادرهای چند نفره مناسب است؟ چرا؟

اگر قرار باشد از چادر مشترک برای دو کلاس استفاده شود و تعداد دانش‌آموزان یک چادر بیشترین تعداد باشد تا چادر کمتری تهیه شود، چادر چند نفره مناسب است؟

۲- دو عدد ۲۴ و ۱۸ را در نظر بگیرید. می‌خواهیم بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد را پیدا کنیم. امید از روش زیر استفاده کرد:

شمارنده‌های مشترک دو عدد = $\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$: تمام شمارنده‌های ۱۸

بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد = : تمام شمارنده‌های ۲۴

احمد از روش زیر استفاده کرد. او ابتدا عددها را به صورت ضرب شمارنده‌های اول نوشت.

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

سپس حاصل ضرب قسمت‌های مشترک آنها را مشخص کرد تا بزرگ‌ترین شمارنده مشترک مشخص شود.

شمارنده‌های یک عدد را مقسوم‌علیه‌های آن نیز می‌گویند بنابراین بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد همان بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک است که به اختصار آن را ب.م.م می‌نویسند. ب.م.م دو عدد را به صورت (و) نشان می‌دهند. مانند:

$$(18 \text{ و } 24) = 6$$

آیا می‌توانید بگویید در فعالیت بالا احمد از چه روشی استفاده کرده است؟

۱- با نوشتن تمام شمارنده‌های دو عدد ب.م.م آنها را پیدا کنید.

$$(۱۲ \text{ و } ۱۴) =$$

$$(۲۰ \text{ و } ۳۰) =$$

۲- با تجزیه عددها به شمارنده‌های اول ب.م.م دو عدد را پیدا کنید.

$$(۳۶ \text{ و } ۴۸) =$$

$$(۳۰ \text{ و } ۴۲) =$$

۱- می‌خواهیم مستطیلی به طول ۱۶ و عرض ۱۲ سانتی‌متر را با کاشی‌های مربعی پر کنیم.

ضلع این کاشی مربعی چه عددهایی می‌تواند باشد؟ چرا؟

اگر بخواهیم کاشی‌های مصرف شده کمترین تعداد باشد (ضلع کاشی باید بزرگ باشد)، چه عددی برای ضلع کاشی

مناسب است؟ چرا؟

اگر بخواهیم کاشی‌های مصرف شده بیشترین تعداد باشد (ضلع کاشی کوچک‌ترین عدد باشد) چه عددی برای ضلع کاشی

مناسب است؟ چرا؟

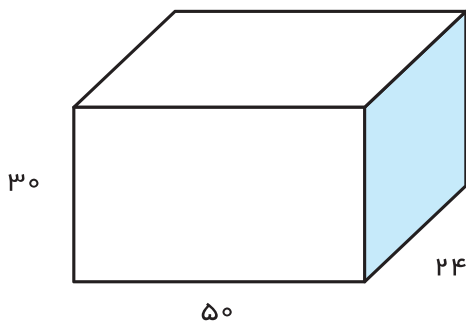
۲- در فصل قبل به این مسئله جواب دادید.

یک جعبه دستمال به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵، عرض آن ۱۲ و ارتفاعش ۵ سانتی‌متر است. تعیین کنید

چند عدد از این جعبه‌ها در یک کارتن مکعب مستطیل به ابعاد ۵۰، ۲۴ و ۳۰ سانتی‌متر جا می‌گیرد؟

در این مسئله ابعاد کارتن چه ارتباطی با ابعاد جعبه دستمال دارند. با توجه به این ارتباط شکل زیر را کامل کنید تا

مشخص شود چند جعبه در این کارتن جا گرفته است؟



عددهای زیر تجزیه شده‌اند، ب.م.م‌های خواسته شده را به دست آورید.

$$28 = 2 \times 2 \times 7$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$(28 \text{ و } 12) =$$

$$(28 \text{ و } 36) =$$

$$(12 \text{ و } 36) =$$

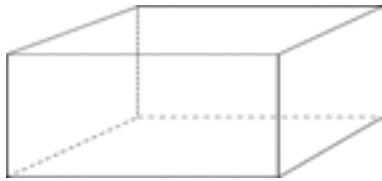
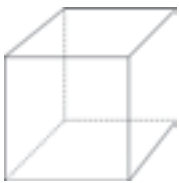
$$(12 \text{ و } 36 \text{ و } 28) =$$



۱- دو ظرف به گنجایش ۱۲ و ۱۸ لیتر داریم. می‌خواهیم با یک پیمانه که هر بار پر و خالی می‌شود، دو ظرف را به طور کامل پر کنیم. کدام پیمانه‌ها برای این کار مناسب است؟ بزرگ‌ترین پیمانه کدام است؟

۲- یک مکعب مستطیل به ابعاد ۱۲ و ۳۶ و ۲۸ سانتی‌متر را با مکعب‌های مساوی پر کرده‌ایم.

بزرگ‌ترین ضلع این مکعب چه عددی است؟ در این صورت چند مکعب در این مکعب مستطیل جا می‌شود؟



۳- برای درستی جملات زیر دلیل بیاورید.

$$(a \text{ و } b) = 1$$

اگر دو عدد a و b اول باشند، ب.م.م آنها عدد یک می‌شود.

اگر عددی بر عدد دیگر هم بخش‌پذیر باشند، عدد کوچک‌تر ب.م.م دو عدد است.

کوچک‌ترین مقسوم‌علیه مشترک (یا شمارنده مشترک) هر دو عدد ۱ است.

۴- ابتدا عددهای صورت و مخرج را تجزیه کنید سپس کسرها را ساده کنید.

$$\frac{96}{144} =$$

$$\frac{35}{245} =$$

۵- ب.م.م عددهای زیر را محاسبه کنید.

$$(91 \text{ و } 117) =$$

$$(8 \cdot 1 \text{ و } 216) =$$

$$(55 \text{ و } 121) =$$

۶- برای جملات درست زیر ۲ مثال بزنید.

$$(n \text{ و } n) = n \bullet$$

• ب.م.م دو عدد a و b شمارنده دو عدد a و b است.

• اگر عدد a اول باشند، ب.م.م a و عدد دیگر مثل b یا یک می‌شود یا خود a .

کوچک ترین مضرب مشترک

۱- مضرب‌های صحیح یک عدد از ضرب آن در عددهای صحیح به دست می‌آید. مضرب‌های صحیح ۳ را کامل کنید.

... و — و — و — و — و $3 \times (-1)$ و 3×0 و 3×1 و — و — و — و — و — و ...
 ... و — و — و — و — و 3×0 و 3×1 و — و — و — و — و — و ...

۲- مضرب‌های طبیعی یک عدد از ضرب آن در عددهای طبیعی به دست می‌آید. مضرب‌های طبیعی را به اختصار مضرب می‌گوییم. مضرب‌های عددهای زیر را بنویسید.

... و — و — و — و — و ۶ و ۴ و ۲ : مضرب‌های ۲

مضرب‌های ۷ :

مضرب‌های ۵ :

در این نحوه نوشتن علامت ... به چه معناست؟

۱- به سؤال‌های زیر پاسخ دهید :

اولین مضرب ۷ : سومین مضرب ۶ : دهمین مضرب ۹ :

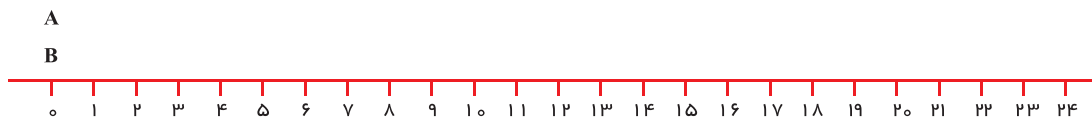
۸۰ چندمین مضرب ۸ است؟ ۲۴ چندمین مضرب ۶ است؟

۳۶ چندمین مضرب ۲ است؟ ۱۴۴ چندمین مضرب ۶ است؟

۲- آیا تعداد شمارنده‌های یک عدد محدود است؟

تعداد مضرب‌های یک عدد چطور؟

در یک بازی رایانه‌ای مهره A، ۶ تا ۶ حرکت می‌کند و مهره B، ۴ تا ۴ حرکت می‌کند. در شروع بازی هر دو مهره روی عدد صفرند. در کدام عدد این دو مهره دوباره کنار هم قرار می‌گیرند؟



مضارب A :

مضارب مشترک :

مضارب B :

کوچک ترین مضرب مشترک :

کوچک ترین مضرب مشترک دو عدد اولین مضرب مشترک آن دو عدد است. مضرب های مشترک بعدی را با داشتن اولین مضرب مشترک می توان پیدا کرد. کوچک ترین مضرب مشترک دو عدد را به طور اختصار ک.م.م می گویند و به صورت [و] نمایش می دهند.

$$[۴ و ۶] = ۱۲$$

به عنوان نمونه

۱- ک.م.م دو عدد ۱۲ و ۱۸ را پیدا کنید.

مضارب ۱۸ :

مضارب ۱۲ :

مضارب مشترک ۱۸ و ۱۲ : $[۱۲ و ۱۸] =$

۲- عددهای ۱۸ و ۱۲ به صورت تجزیه شده، نوشته شده اند.

$$۱۸ = ۲ \times ۳ \times ۳$$

$$۱۲ = ۲ \times ۲ \times ۳$$

$$[۱۲ و ۱۸] =$$

با توجه به پاسخ بالا چه رابطه ای بین شماره های اول دو عدد و ک.م.م آنها می بینید؟ توضیح دهید. می توانید از مثال زیر هم استفاده کنید.

$$A = ۳ \times ۳ \times ۵ \times ۵$$

$$B = ۲ \times ۵ \times ۳ \times ۳$$

$$[A و B] = ۳ \times ۳ \times ۵ \times ۲ \times ۵$$

۱- تساوی $۴ \times ۶ = ۲۴$ را به صورت های مختلف می توان معنی کرد، جاهای خالی را کامل کنید.

۴ شماره نده _____ است. ششمین مضرب _____ عدد ۲۴ است.

۶ شماره نده _____ است. چهارمین مضرب _____ عدد _____ است.

عددهای _____ و _____ شماره نده _____ است. عدد _____ بر _____ و _____ قابل قسمت

است.

۲- یکی از مهم ترین کاربردهای ک.م.م در پیدا کردن مخرج مشترک دو کسر است. یعنی کوچک ترین عددی را پیدا

می کنیم که به هر دو مخرج بخش پذیر (قابل قسمت) باشد. مانند نمونه حاصل جمع ها و تفریق ها را با کمک ک.م.م مخرج ها به دست آورید.

$$\frac{۵}{۶} + \frac{۴}{۹} = \frac{\quad}{۱۸}$$

$$[۶ و ۹] = ۱۸$$

$$\frac{۷}{۱۵} + \frac{۹}{۲۰} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$[۱۵ و ۲۰] =$$

$$\frac{۱۵}{۱۲} - \frac{۷}{۱۸} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$[۱۲ و ۱۸] =$$



۱- هر ۲۰ دقیقه یک اتوبوس خط A از ترمینال حرکت می‌کند. اتوبوس‌های خط B هر ۳۰ دقیقه از ترمینال حرکت می‌کند. ساعت ۱۲ ظهر دو اتوبوس در خط‌های A و B همزمان حرکت کرده‌اند. در چه ساعتی به‌طور هم‌زمان اتوبوس‌ها از این دو خط حرکت می‌کنند؟



۲- یک پیست دو میدانی در یک مجتمع فرهنگی ورزشی قرار دارد. امید و فرامرز از یک نقطه شروع به دویدن می‌کنند. اگر امید هر ۳۵ دقیقه یک دور کامل پیست را طی کند و فرامرز هر ۲۱ دقیقه یک دور کامل طی کند، پس از چند دقیقه فرامرز و امید با هم به همان نقطه شروع می‌رسند؟ در این صورت هر کدام چند دور دویده‌اند؟

۳- آیا ۲۱۰ مضرب مشترک ۷ و ۳۰ است؟ چرا؟

آیا ۴۲۰ مضرب مشترک ۷ و ۳۰ است؟ چرا؟

دو عدد ۷ و ۳۰ چند مضرب مشترک دارند؟

۴- دلیل درستی جملات زیر را بیان کنید.

- اگر عددی بر عدد دیگر بخش پذیر باشند، عدد بزرگ تر ک.م.م دو عدد است.
- اگر ب.م.م دو عدد یک باشد، ک.م.م دو عدد برابر حاصل ضرب دو عدد است.
- ک.م.م دو عدد اول برابر حاصل ضرب آنهاست.

۵- برای هر کدام از جملات درست زیر یک مثال بزنید.

$n = [1 \text{ و } n]$

$n = [n \text{ و } n]$

ب.م.م دو عدد شمارنده ک.م.م دو عدد است.

حاصل ضرب دو عدد برابر حاصل ضرب ک.م.م و ب.م.م دو عدد است.

۶- به صورت ذهنی تساوی‌ها را کامل کنید.

- | | | | |
|------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------|
| $(20 \text{ و } 30) =$ | $(5 \text{ و } 7) =$ | $(15 \text{ و } 3) =$ | $[12 \text{ و } 4] =$ |
| $[30 \text{ و } 50] =$ | $(38 \text{ و } 19) =$ | $[15 \text{ و } 30] =$ | $(4 \text{ و } 9) =$ |
| $[4 \text{ و } 9] =$ | $[3 \text{ و } 2 \text{ و } 7] =$ | $(3 \text{ و } 2 \text{ و } 7) =$ | $[4 \text{ و } 6] =$ |

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

□ عدد اول □ شمارنده (مقسوم علیه) یک عدد □ شمارنده اول □ مضرب □ ب.م.م □ ک.م.م

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه

درس تهیه کنید.

- نوشتن شمارنده‌های یک عدد
- پیدا کردن شمارنده اول یک عدد
- پیدا کردن تمام شمارنده‌های یک عدد با معلوم بودن تجزیه عدد
- تجزیه عدد به شمارنده‌های اول
- پیدا کردن ب.م.م دو عدد
- پیدا کردن ک.م.م دو عدد
- نوشتن مضرب‌های یک عدد
- رابطه بین مضرب و مقسوم علیه

از مفاهیم ب.م.م و ک.م.م در محاسبات کسری (ساده کردن و مخرج مشترک) استفاده می‌کنیم. درک شمارنده‌های اول یک عدد زمینه‌ساز همین بحث به صورت جبری است.

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

۱- با توجه به تساوی $3 \times 4 = 12$ معانی مختلف آن را بیان کنید.

۲- ابتدا دو عدد زیر را به شمارنده‌های اول تجزیه کنید، سپس ب.م.م و ک.م.م آنها را به دست آورید.

$$72 = \quad \quad \quad 60 =$$

۳- عددهای اول بین 50° تا 80° را بنویسید.

۴- با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ دو عدد بنویسید که ب.م.م آنها ۶ و ک.م.م آنها ۳۶ باشد.

۱- تعداد قطرهای یک n ضلعی را به دست آورید و با یک عبارت جبری نشان دهید، از چه راهبردهایی برای حل این

مسئله استفاده کردید؟

۲- اگر $x=5$ باشد، مقدار عددی عبارت جبری $\frac{4x+7}{3x-7}$ را به دست آورید.

۳- عبارت های جبری را ساده کنید.

$$2a - 5b + 3b - 7b =$$

$$9x - 8a + 2x - 3x =$$

$$5a - 2a - 9a + 4b =$$

$$2(a-b) - 3(b-a) =$$

۴- معادله های زیر را حل کنید.

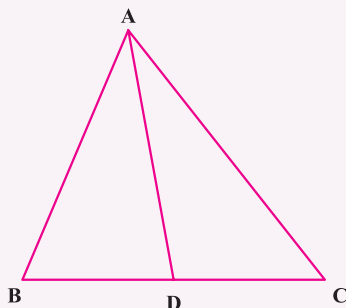
$$9x + 8 = -10$$

$$4x - 4 = 8$$

$$3x + 18 = -12$$

۵- آیا امکان دارد که یک معادله بیشتر از یک جواب داشته باشد؟ چرا؟

۶- در شکل زیر تمام پاره خط ها و زاویه ها را نام ببرید. توضیح دهید از چه راهبردی استفاده می کنید.



۷- کوچک ترین عددی را که ۳ شمارنده اول متفاوت داشته باشد، پیدا کنید.

راه حل خود را توضیح دهید.

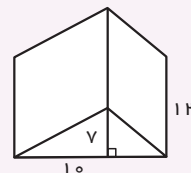
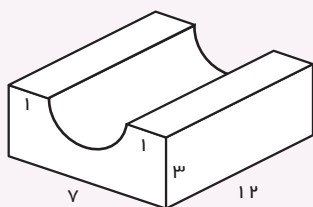
۸- یک توالی عددی، از ۷ شروع می‌شود و چهار تا چهار تا به آن اضافه می‌شود. در توالی دیگری عدد از ۱ شروع و ۹ تا ۹ تا به آن اضافه می‌شود. اولین و دومین عدد مشترک این دو توالی را پیدا کنید.

۹- دو عدد بنویسید که ۴ و ۹ شمارنده آنها باشند. یک عدد بنویسید که ۴ و ۹ دو شمارنده آن باشند و ۴ شمارنده دیگر نیز داشته باشد.

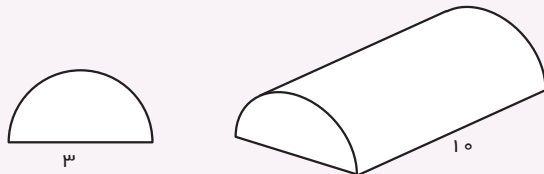
۱۰- عددهای اول بین ۸۰ تا ۱۰۰ را بنویسید.

۱۱- کوچک‌ترین عددی را پیدا کنید که شمارنده‌هایش ۳ و ۶ و ۵ باشد.

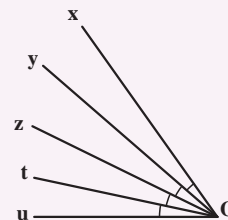
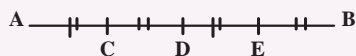
۱۲- حجم هر یک از اجسام زیر را به دست آورید.



۱۳- مساحت جانبی و مساحت کل یک جسم منشوری را پیدا کنید که قاعده آن شکل زیر و ارتفاعش ۱۰ سانتی‌متر باشد.



۱۴- با توجه به شکل‌های زیر روابط بین پاره خط‌ها و زاویه‌ها را کامل کنید.



$AD = \dots\dots DE$

$\hat{u}\hat{O}t + t\hat{O}z =$

$AB - DE = \dots\dots + \dots\dots$

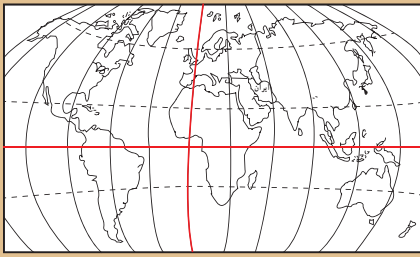
$x\hat{O}u = \dots\dots y\hat{O}z$

$AE = \dots\dots AB$

$y\hat{O}u = \dots\dots x\hat{O}u$

$AC - CE + \dots\dots = AB$

$y\hat{O}u - z\hat{O}t = \dots\dots + \dots\dots$



فصل ۷

بردار و مختصات



- پاره خط جهت دار
- بردارهای مساوی و قرینه
- مختصات
- بردار انتقال

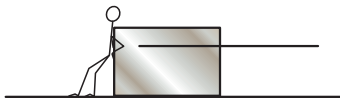
تعیین موقعیت و مکان یک شیء مثل هواپیما، مسیریابی و هدایت آن در فضا و یا یک کشتی در دریا با داشتن مختصات آن شیء در هر لحظه امکان پذیر است. بیان موقعیت اشیاء با عدد امکان کار با رایانه را نیز فراهم می کند تا بر کار سرعت و نقش بیشتری بدهد.



۱- یک دانش آموز در حیاط مدرسه ایستاده است. در صفحه زیر این دانش آموز را با یک نقطه نشان داده ایم. این فرد در حیاط مدرسه در چند مسیر مختلف می تواند حرکت کند؟ آنها را نشان دهید.

از بین مسیرها یک مسیر افقی را انتخاب کنید. حالا این فرد در چند جهت می تواند حرکت کند؟ روی آن مسیر (راستا) جهت ها را با فلش نشان دهید. برای حرکت این دانش آموز یک جهت انتخاب کنید.

اگر هر قدم حرکت آن دانش آموز را با پاره خطی به طول 1 نمایش دهیم روی شکل ۳ قدم حرکت را در جهتی که انتخاب کردید، نشان دهید.



۲- شخصی در حال حرکت دادن یک جعبه روی زمین است.

راستا یا مسیری که شخص به جسم نیرو وارد می کند روی شکل مشخص شده است، اگر اندازه نیرویی که شخص

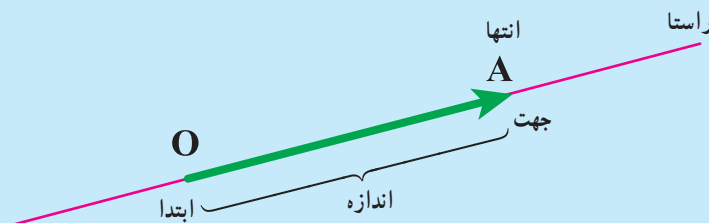
وارد کرده است را با 1 نشان دهیم روی راستای بالا مقدار نیرو و جهت آن را نشان دهید.

در شکل زیر همان شخص ۲ برابر نیرو به جسم وارد کرده است.



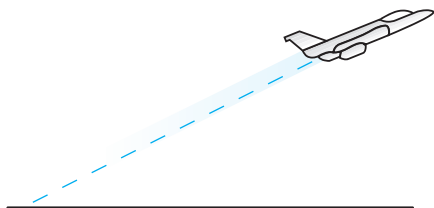
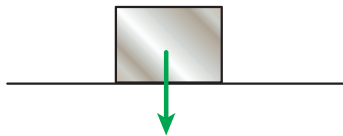
راستا، اندازه و جهت نیرو را روی شکل مانند بالا نشان دهید.

در مثال های بالا حرکت و نیرو را با پاره خط های جهت دار نشان دادیم. در ریاضی به پاره خط جهت دار بردار می گوئیم. بردار OA را به صورت \overline{OA} نشان می دهیم.

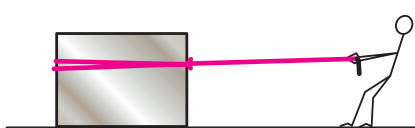


در شکل زیر نیروی وزن یک جعبه با یک بردار مشخص شده است. مانند نمونه برای حرکت‌ها با نیروهای مشخص شده

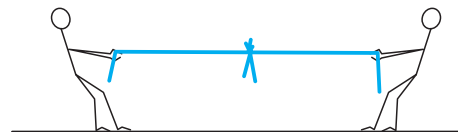
در شکل‌های زیر بردار رسم کنید.



مسیر حرکت هواپیما



نیرویی که فرد با طناب به جعبه وارد می‌کند.



نیروهایی که دو نفر در مسابقه طناب‌کشی وارد می‌کنند.

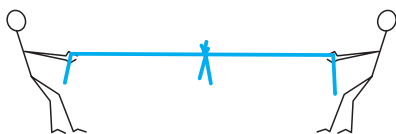
۱- در شکل زیر دو نفر جعبه را از دو طرف می‌کشند. با توجه به نیروهای رسم شده به سؤالات زیر پاسخ دهید.

- آیا دو نیرو در یک راستا هستند؟
- جهت دو نیرو چه تفاوتی دارند.
- اندازه نیروها را با هم مقایسه کنید.

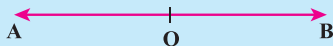


۲- دو دانش‌آموز در حال طناب‌کشی هستند.

راستا، جهت و اندازه نیروهای این دو نفر را نسبت به محل مشخص شده روی طناب با دو بردار نشان بدهید.

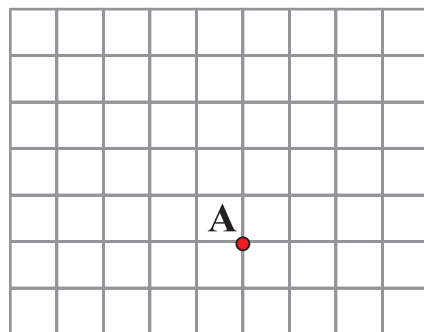
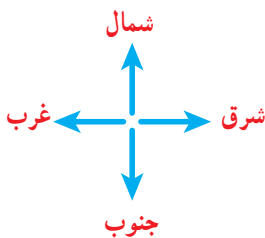
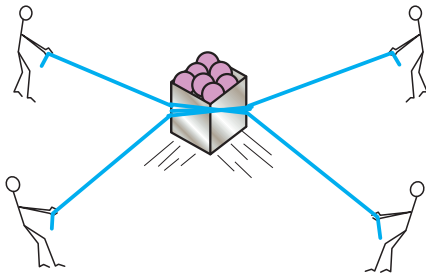


در فعالیت‌های بالا دو بردار قرینه یکدیگرند چون هم راستا و هم اندازه هستند ولی جهت‌هایشان عکس یکدیگر است.



۱- شکل زیر تصویر یک جعبه است که چند نفر آن را با طناب می‌کشند. نیروهایی که به این جعبه وارد می‌شود را با

بردار در تصویر از بالا نشان دهید.



۲- با توجه به ۴ جهت نشان داده شده حرکت

نقطه A را نشان دهید.

از نقطه A، ۳ واحد به سمت شرق، ۲ واحد به

سمت شمال، ۴ واحد به سمت غرب و ۴ واحد به سمت

جنوب حرکت کنید. محل نهایی نقطه را با B نشان

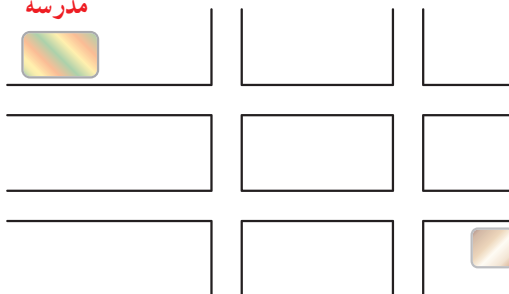
دهید.

مدرسه



۳- علی از خانه به مدرسه رفته است. با انتخاب مسیر رفتن علی به

مدرسه، حرکت‌های او را با بردار نشان دهید.



خانه علی

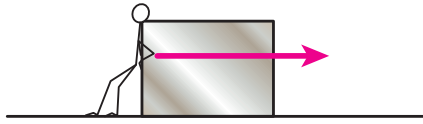
۴- بردار AB، ۳- است، یعنی ۳ واحد در جهت منفی محور از

نقطه A به نقطه B حرکت کرده‌ایم. ابتدای این بردار نقطه ۱+ محور و انتهای آن نقطه ۲- است.

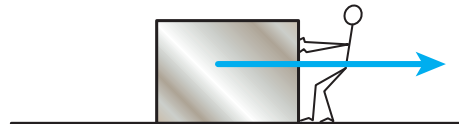


با توجه به نمونه فوق ابتدا، انتها و اندازه بردارهای مشخص شده روی محور را بنویسید.

۱- در شکل‌های زیر دو نفر نیروهای با اندازه‌های برابر به جسم وارد می‌کنند. یک نفر در حال هل دادن جسم و یک نفر در حال کشیدن آن است.



در حال هل دادن



در حال کشیدن

توضیح دهید چرا این دو بردار مساوی هستند.

۲- با توجه به محور اندازه بردارهای زیر را مشخص کنید.



این بردارها چه ویژگی مشترکی دارند؟

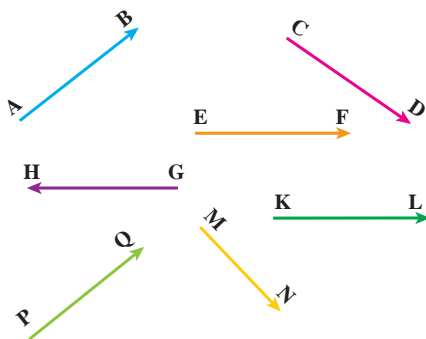


۱- مساوی با بردار AB، ۳ بردار رسم کنید.

۲- روی محور زیر ۴ بردار مساوی با اندازه ۲ واحد در جهت منفی رسم کنید.



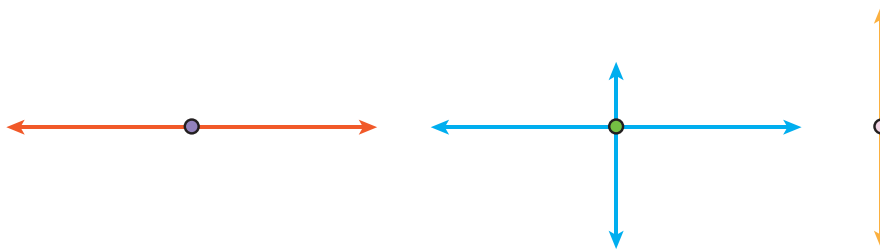
۳- بردارهای مساوی را پیدا کنید.



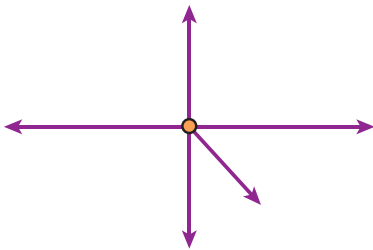
A • B

۱- شخصی از نقطه A به نقطه B رفته است. حرکت او را با یک بردار نشان دهید.
 اگر این شخص از نقطه B به نقطه A برگردد حرکت دوم را نیز با یک بردار نشان دهید.
 این دو بردار را از نظر راستا، اندازه و جهت مقایسه کنید.
 آیا این دو بردار قرینه یکدیگرند؟ چرا؟
 مجموع حرکت این فرد چقدر است؟

۲- با توجه به نیروهای وارد بر جسم زیر و بردارهای قرینه، مشخص کنید جسم به کدام سمت حرکت می کند. دلیل خود را توضیح دهید.

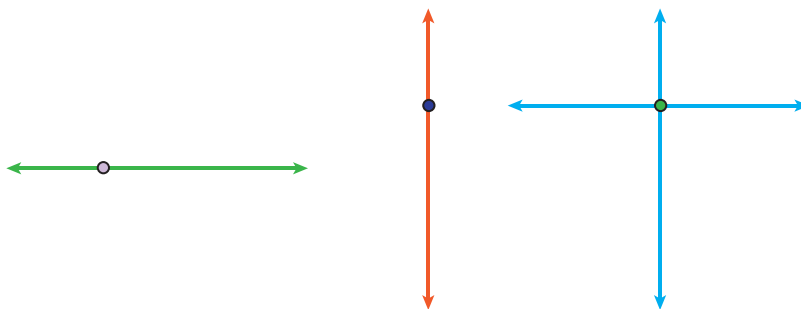


۳- با توجه به نیروهای وارد شده در شکل مقابل، جسم به کدام طرف حرکت می کند؟ چرا؟

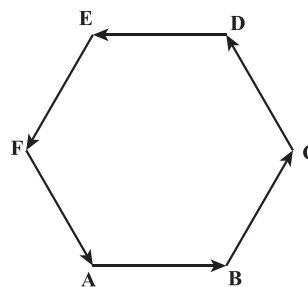
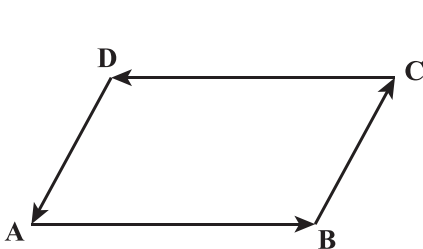


۱- با توجه به اندازه بردارهای نیرو که با طول های مختلف نشان داده شده است، توضیح دهید که جسم به کدام سمت

حرکت می کند؟

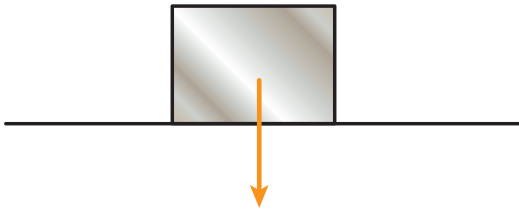


۲- با توجه به شکل های زیر بردارهای قرینه را نام ببرید.



۱- در شکل زیر نیرو و وزن جسم با یک بردار مشخص شده است، نیرویی که زمین به جسم وارد می‌کند را با یک بردار

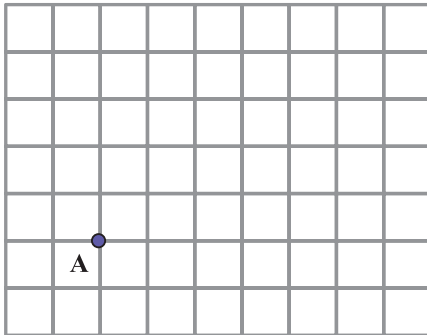
نمایش دهید. چرا جسم روی زمین می‌ماند و حرکت نمی‌کند؟



۲- شخصی در نقطه A ایستاده است، اگر ۳ واحد به سمت شمال، ۴ واحد به

سمت شرق و ۵ واحد به سمت جنوب و در انتها ۲ واحد به سمت غرب حرکت کند به

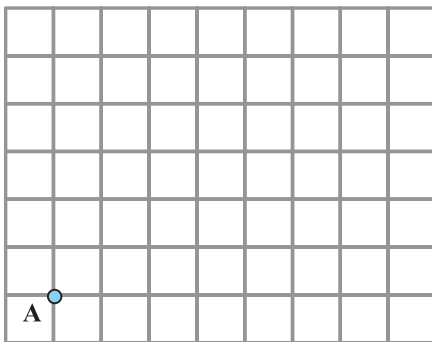
نقطه B می‌رسد. بردار حرکت شخص از A به B را نشان دهید.



۳- اگر شخصی در نقطه A ایستاده باشد. ۳ واحد به سمت شمال و سپس ۴

واحد به سمت شرق برود تا به B برسد. اگر شخص دیگر از همان نقطه A، ۴ واحد به

سمت شرق و سپس ۳ واحد به سمت شمال برود به کدام نقطه می‌رسد؟ چرا؟



۴- اگر شخص از نقطه A، ۲ واحد به سمت غرب حرکت کند با چه حرکتی

به نقطه A می‌رسد؟

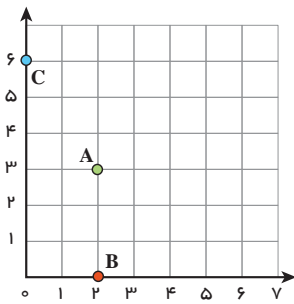
حالا اگر شخص از نقطه A، ۳ واحد به سمت شرق و ۲ واحد به سمت جنوب برود با چه حرکتی به محل اول خود

برمی‌گردد؟

۵- قرینه شمال چه جهتی است؟

قرینه شرق چه جهتی است؟

قرینه شمال شرقی چه جهتی است؟



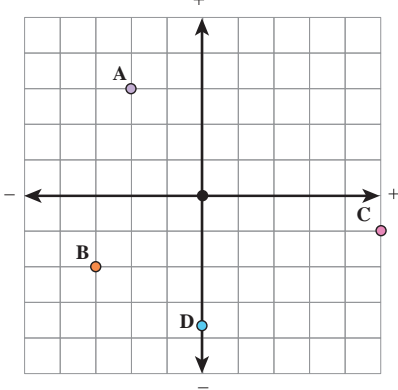
۱- در دوره دبستان با محورهای مختصات آشنا شدید.

مختصات نقاط A و B و C را بنویسید.

$$A = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

نقاط $E = \begin{bmatrix} 0 \\ 4/5 \end{bmatrix}$ و $F = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $G = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$ را پیدا کنید.

۲- با توجه به محور عددهای صحیح که در فصل اول آموختید محورهای زیر را در جهت‌های منفی ادامه دادیم تا

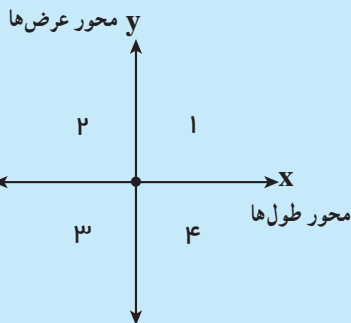


محورهای مختصات کامل شوند. حالا مختصات نقاط مشخص شده را بنویسید.

$$A = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

نقاط زیر را روی محور مختصات پیدا کنید.

$$E = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} 2/5 \\ 3/5 \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} -3/5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

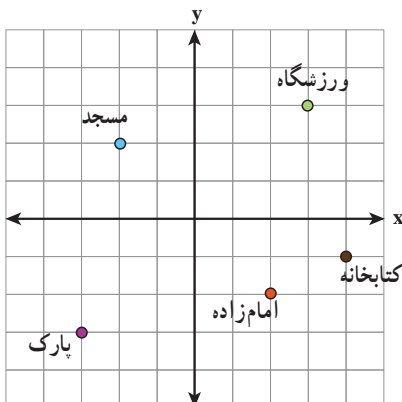


محورهای مختصات صفحه را به ۴ قسمت تقسیم می‌کنند.

در شکل مقابل این ۴ ناحیه با عددهای ۱ تا ۴ مشخص شده‌اند.

مرز ناحیه ۱ و ۲ را مشخص کنید. مرز ناحیه ۳ و ۴ را نیز مشخص کنید.

مرز ناحیه ۱ و ۴ و همچنین ۲ و ۳ را نیز مشخص کنید.



با توجه به تصویر روبه‌رو به سؤال‌های زیر پاسخ دهید:

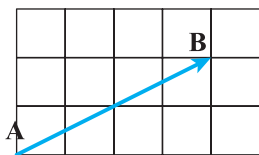
۱- مختصات ورزشگاه چیست؟

۲- مختصات چه بنایی $\begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$ است؟

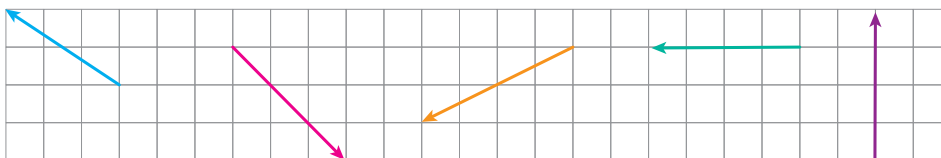
۳- مختصات مسجد چیست؟

۴- کتابخانه در کدام نقطه واقع است؟

۱- در شکل مقابل حرکت از نقطه A به B با بردار AB نشان داده شده است.



اگر بتوانیم فقط افقی یا عمودی حرکت کنیم (قرار می‌گذاریم که همیشه ابتدا افقی و سپس عمودی حرکت می‌کنیم). مسیر حرکت از A تا B را نشان دهید. در بردارهای زیر نیز مسیر را مشخص کنید.



۲- در بردار سؤال بالا برای حرکت از A به B، ۴ واحد به سمت مثبت محور طول و سپس ۲ واحد به سمت مثبت محور عرض‌ها حرکت می‌کنیم. این بردار را در صفحه مختصات می‌توانیم به صورت $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$ نمایش دهیم. مختصات سایر بردارها را بنویسید.

طول جغرافیایی هر نقطه با نصف‌النهاری که از آن می‌گذرد و عرض جغرافیایی هر نقطه با مدار مربوطه آن مشخص می‌شود. در نقشه مقابل با توجه به مدارها (خط‌های افقی) و مدار مبدأ (خط استوا) و نصف‌النهارها (خط‌های عمودی) و نصف‌النهار مبدأ (گرینویچ) به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.



۱- مختصات شهرهای زیر را به‌طور تقریبی بنویسید.

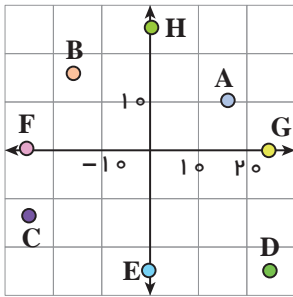
قاهره : دارالسلام :

الجزیره :

۲- اگر یک هواپیما از خارطوم به لوآندا در مسیر تقریباً مستقیم حرکت کند، حرکت این هواپیما را به‌صورت تقریبی با

یک بردار نشان دهید. مختصات آن بردار را بنویسید.

۳- از رباط تا لاگوس را با چه برداری می‌توان پیمود؟

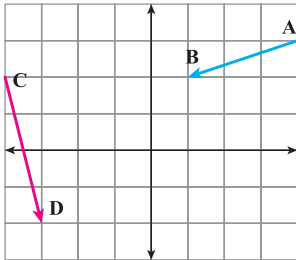


۱- با توجه به شکل مختصات هر نقطه را به صورت تقریبی بنویسید.

$$A \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} = B \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} = D \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

$$E \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} = F \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} = G \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

۲- بردار $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$ را در محور مختصات زیر طوری رسم کنید که ابتدای بردار نقطه $\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ باشد.



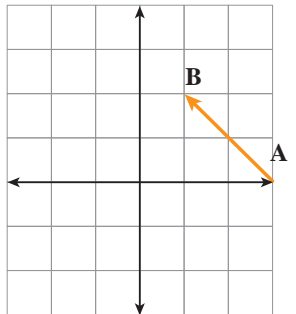
مختصات نقطه انتهای آن را بنویسید.

با توجه به شکل، مختصات نقطه م و بردارهای زیر را بنویسید.

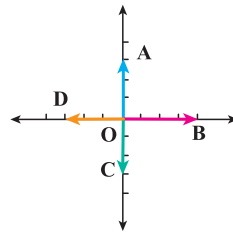
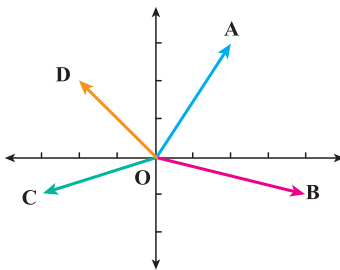
$$A = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad \overline{AB} = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad \overline{CD} = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

۳- ابتدا مختصات بردار AB را تعیین کنید. قرینه بردار AB را نسبت به محور طول ها رسم

کنید و مختصات قرینه \overline{AB} را بنویسید. قرینه بردار AB را نسبت به مبدأ مختصات پیدا کنید و مختصاتش را بنویسید.

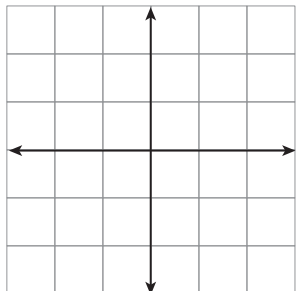


۴- مختصات بردارها را در شکل های زیر بنویسید.



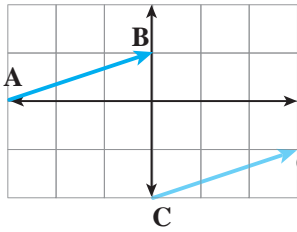
۵- از نقطه $A = \begin{bmatrix} -1 \\ -4 \end{bmatrix}$ با بردار $\overline{AB} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ و سپس با بردار $\overline{BC} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$ حرکت کردیم تا

به نقطه C برسیم. با چه برداری می توانستیم از A به C حرکت کنیم؟



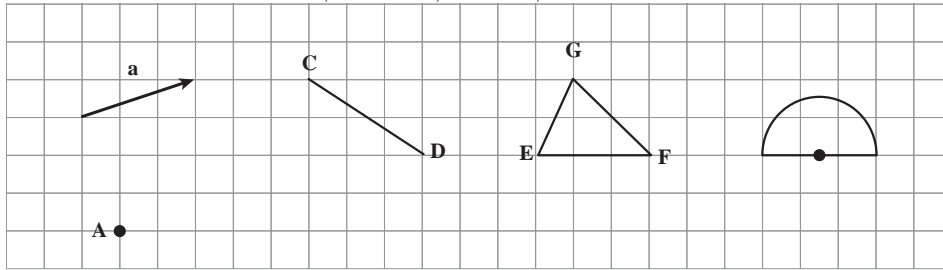
۶- مشخص کنید که نقاط مقابل در کدام ناحیه قرار دارد.

$$A = \begin{bmatrix} -250 \\ -180 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 47 \\ -81 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} -141 \\ 252 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} -200 \\ 5 \end{bmatrix}$$



۱- مسیر رفتن از نقطه A به B را به صورت زیر بیان کنید:
 واحد در جهت محور xها و واحد در جهت محور yها
 مختصات بردار AB را بنویسید.
 $\overline{AB} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$
 با همین بردار نقطه C را به نقطه C' منتقل کردیم. مختصات بردار CC' را مشخص کنید.

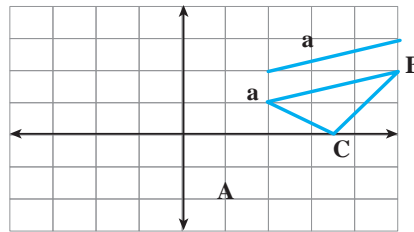
۲- هر یک از شکل‌های زیر را با بردار \vec{a} منتقل کنید. (هم راستا، هم جهت و هم اندازه حرکت کنید.)



۳- در محور مختصات زیر مثلث ABC را با بردار \vec{a} انتقال دهید و مثلث جدید را A'C'B' بنامید. مختصات رأس‌ها را بنویسید.

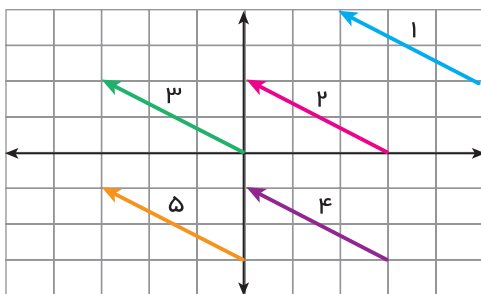
$$A = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$A' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad B' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad C' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$



مختصات بردار انتقال \vec{a} را هم بنویسید: $\vec{a} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$ چه رابطه‌ای بین رأس‌های مثلث، قبل و بعد انتقال وجود دارد؟

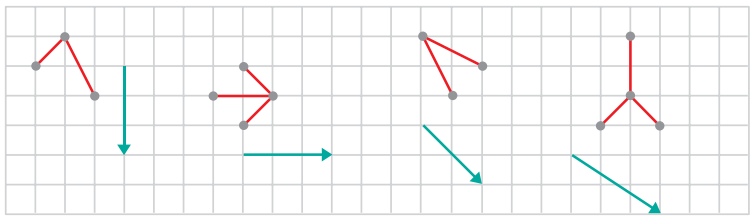
۴- برای هر یک از بردارهای زیر مختصات ابتدا و انتهای بردار را بنویسید.
 چه رابطه‌ای بین ابتدا و انتها و مختصات بردار وجود دارد؟ این بردارها چه ویژگی دارند.



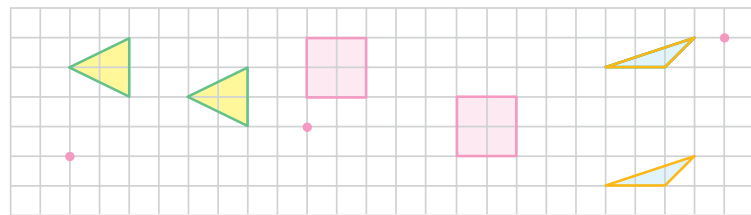
بردار	۱	۲	۳	۴	۵
مختصات ابتدا					
مختصات بردار					
مختصات انتها					

با مشخص بودن مختصات ابتدا، مختصات بردار و مختصات انتهای یک بردار می‌توان یک جمع متناظر برای بردار نوشت به کمک این جمع و با معلوم بودن ۲ مختصات می‌توان مختصات قسمت سوم (نامعلوم) را پیدا کرد.

۱- هر شکل را با بردار انتقال مربوطه انتقال دهید. مختصات بردارهای انتقال را بنویسید.



۲- بردار انتقال مربوط به هر شکل را از نقطه قرمز کنار آن رسم کنید. متناظر با هر کدام یک جمع بنویسید.



انتهای بردار مختصات بردار ابتدای بردار

۳- مختصات موردنظر را به دست آورید.

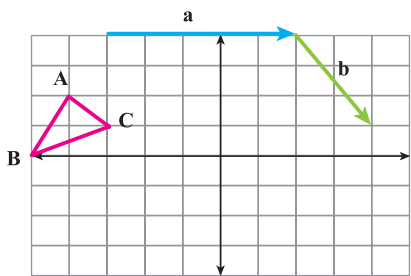
$$\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} \quad -2 + x = 3 \quad , \quad 1 + y = -4$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ -y \end{bmatrix}$$

۴- مختصات برداری را که ابتدای آن $\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$ و انتهای آن $\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ پیدا کنید.

نقاط A و B و C را با بردار a انتقال دهید و آنها را A' و B' و C' بنامید.



$$A = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

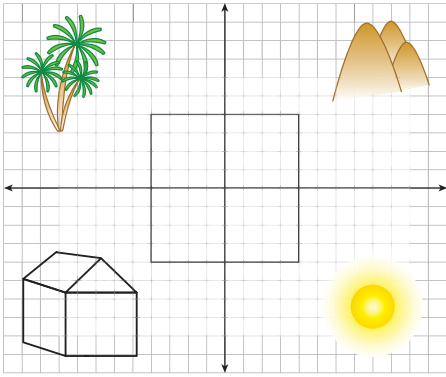
$$A' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad B' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} = C' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

حالا مثلث جدید را با بردار b انتقال دهید و آن را با D، E و F نشان دهید.

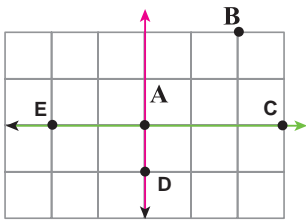
$$D = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

با چه برداری نقاط A، B و C مستقیماً به D، E و F منتقل می شوند؟

۱- هر یک از اجزای نقاشی را با بردار انتقال دلخواه به محل مناسب در کادر انتقال دهید و مختصات بردار انتقال را بنویسید.

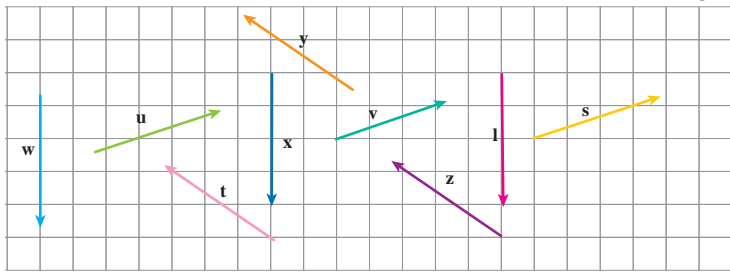


۲- مسیر حرکت از A به B، به C، به D و به E را با بردارهای انتقال مشخص کنید و مختصات هر بردار را بنویسید.



می‌توانید این بازی را به صورت دو نفره انجام دهید. یک نفر نقطه می‌گذارد و نفر دوم باید بگوید با چه بردار انتقالی نقطه شروع را به نقطه مشخص شده انتقال می‌دهد.

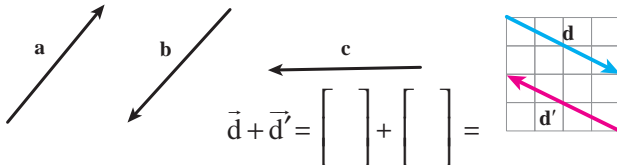
۳- بردارهای مساوی را مشخص کنید.



۴- بردار قرینه هر بردار را رسم کنید و تساوی‌ها را کامل کنید.

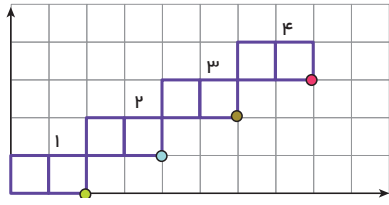
$$\vec{d} = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} = -\vec{d}' = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

چگونه مختصات قرینه یک بردار نوشته می‌شود؟



با توجه به شکل بالا حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

۵- در محور مختصات مقابل در کاشی شماره n مختصات گوشه‌ای که با علامت • مشخص شده است را به صورت جبری بنویسید.



۶- در یک بازی روی صفحه شطرنجی، سعید مهره خود را از خانه‌ای به مختصات

$\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ابتدا ۳ خانه به سمت راست و سپس ۴ خانه به سمت پایین آورد. در حرکت دوم او مهره‌اش را ۲ خانه به سمت چپ آورد. هم

اکنون مهره سعید روی کدام نقطه صفحه قرار دارد؟

۷- اگر نقطه A به مختصات $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ را با بردار انتقال $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ منتقل کنیم تا به نقطه B برسیم مختصات نقطه B را به صورت جبری

بنویسید.

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

□ بردار □ راستا □ بردار انتقال □ پاره‌خط جهت‌دار

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

□ ویژگی‌ها، نام‌گذاری و نمایش بردار □ بردار قرینه و بردار صفر

□ مختصات نقطه در صفحه □ ۴ ناحیهٔ محور مختصات

□ بردار انتقال □ بردارهای مساوی

□ جمع متناظر با بردار

□ پیدا کردن مختصات بردار

کاربرد اصلی این موضوع را در درس‌های علوم خود خواهید دید. در دورهٔ دوم متوسطه و در درس فیزیک نیز با کاربردهای بیشتری از این موضوع آشنا می‌شوید.

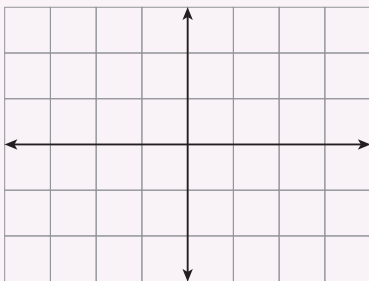
در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

۱- نقاط به مختصات $A = \begin{bmatrix} 1/5 \\ 2 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ را پیدا کنید.

نقطهٔ A را با بردار \overline{BC} منتقل کنید و مختصات نقطهٔ منتقل شده را بنویسید.

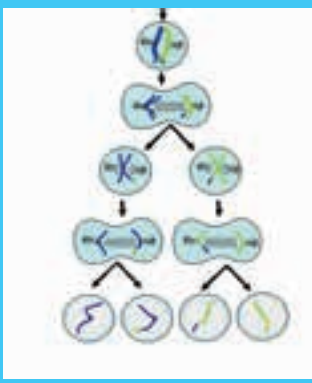
بدون رسم شکل ابتدا مختصات بردار \overline{BC} را پیدا کنید.

بدون رسم شکل انتقال را انجام دهید.



۲- بردار خواسته را رسم کنید :

بردار $\overline{AB} = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}$ ابتدا در $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ بردار $\overline{CD} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$ انتها در $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$



فصل ۸

توان و جذر



وقتی یک سلول به سلول‌های دیگر تبدیل می‌شود و این عمل تکرار می‌گردد، در مدت کوتاهی تعداد سلول‌ها به سرعت افزایش پیدا می‌کنند. رشد تعداد سلول‌ها به صورت توانی است. شاید به همین علت است که جراحی پوست در مدت کوتاهی ترمیم می‌شود و سلول‌های جدید جایگزین سلول‌های مرده می‌شوند.

- تعریف توان
- محاسبه عبارتهای توان دار
- ساده کردن عبارتهای توان دار
- جذر و ریشه