

آنالیز مدل سازی جاذب ارتعاشی

^۱هادی خلیل نژاد، ^۲علیرضا خباززاده، ^۳احمد رضا رضایی

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد مکانیک - طراحی کاربردی دانشگاه آزاد اسلامی واحد سمنان
^۲ دانشجوی سال چهارم مهندسی مکانیک دریا - مهندسی کشتی دانشگاه علوم دریایی امام خمینی (ره) نوشهر
^۳ دانشجوی سال چهارم مهندسی مکانیک دریا - مهندسی کشتی دانشگاه علوم دریایی امام خمینی (ره) نوشهر

چکیده

اهمیت سواحل جنوب شرقی و نقش حضور یگانهای نیروی دریایی راهبردی ارتش جمهوری اسلامی ایران بر امنیت و اقتدار ملی که یکی از راههای آن کاهش صدای ناشی از سیستمهای تحرک دریایی می باشد، و این امر خود باعث افزایش رفاه حال پرسنل نیز می گردد، بنابراین تحلیل سیستمهای جاذب ارتعاش امری ضروری است. از آنجا که عموماً می توان بسیاری از سیستمها را با مدل یک درجه آزادی تقریب زد و حل کامل و تحلیلی این مدل ساده تر از مدل های دیگر می باشد، لازم است که مدل یک درجه کاملاً بررسی شود. در این تحقیق، مدل یک درجه جداساز فنر با استهلاك لزج تحت دو نوع تحریک ورودی به صورت کامل مورد تحلیل قرار می گیرد و نتایج حاصل مشاهده می گردد.

واژه های کلیدی:

کنترل ارتعاشات - جداسازی ارتعاشات - جداسازی شوک - طیف پاسخ شوک

مقدمه

در طراحی سیستمهای غیرفعال کنترل ارتعاشات، بررسی مدل های دینامیکی از سیستمهای واقعی در محیطهای ارتعاشی انجام می گیرد. این بررسی در مرحله اول شامل تحلیل پاسخ مدل های ساده شده از سیستمهای نصب شده در محیط ارتعاشی می باشد. در این مرحله لازم است خصوصیات کاملی از کیفیت و کمیت پاسخ با پارامترهای مناسبی بیان گردد. این پارامترها در واقع هدف نهایی کنترل می باشد. در مرحله بعد لازم است که روشهایی استخراج شود که بتوان به وسیله آن، تغییرات این پارامترها را در اثر تغییر خواص سیستم جداسازی بررسی نمود. این روشهای استخراج شده در واقع همان مسیر لازم برای طراحی می باشد. در این تحقیق پاسخ مدل های ساده شده یک درجه آزادی بررسی می شود. در این بخش روشی جهت ارائه پیشنهاد خواصی از سیستم که منجر به وضعیت مطلوب می گردد استخراج می شود.

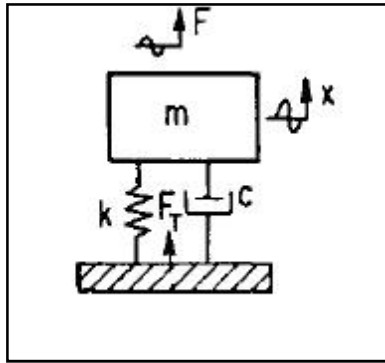
رویه مورد نظر شامل روند زیراست:

انتخاب تعداد زیادی از مجموعه مقادیر پارامترهای قابل تغییر سیستم (خواص مورد طراحی در جداسازها که عموماً سختی آن است) در منطقه معقول و مورد نظر طراح و تعیین خصوصیات پاسخ به ازای هر مجموعه انتخابی و تعیین مجموعههایی که به ازای آنها اهداف مورد نظر ارضا می شود.

بررسی پارامترهای دیگر موثر در طراحی و انتخاب نهایی خواص سیستم جداسازی. بطور کلی هدف از جداسازی، کاهش میزان تحریک منتقل شده می باشد، این تحریک می تواند بصورت نیروی ورودی یا جابجایی ورودی باشد. که با توجه به احتمال وجود دو نوع تحریک، این تحقیق به طور موازی در دو قسمت بررسی می گردد.

۱- حالت اول- تحریک نیرویی

در این حالت تحریک به صورت نیروی سینوسی بر جرم اعمال می شود. مدل ساده شده این نوع سیستم در شکل ۱ ارائه شده است. ارتعاشات سیستم های دارای روتور و خروج از مرکز، مانند ماشین تراش را می توان به این صورت مدل نمود. هدف در این جداسازی کاهش نیروی منتقله از تجهیزات به پایه است.



شکل ۱- مدل یک درجه با تحریک نوع اول (تحریک نیرویی) [2]

معادله حرکت، معادله دینامیکی حاکم بر این مدل عبارت است از:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 \sin \check{S}t \quad (1)$$

۲-۱ حل معادله حرکت

اگر از پاسخ گذرا صرف نظر شود (در مواردی که استهلاک مناسبی وجود دارد فرض معقولی است)، با فرض $c \leq 2\sqrt{km}$ و با استفاده از عملگر لاپلاس می توان نوشت:

$$(ms^2 + cs + k)x = F_0 \sin \check{S}t$$

$$\Rightarrow x(s) = \frac{F_0}{ms^2 + cs + k} \times \frac{1}{s^2 + \check{S}^2} \Rightarrow x(t) = F_0 \frac{(k - m\check{S}^2)\sin(\check{S}t) - c\check{S}\cos(\check{S}t)}{(k - m\check{S}^2)^2 + (c\check{S})^2}$$

$$x(t) = \frac{F_0}{\sqrt{(k - m\check{S}^2)^2 + (c\check{S})^2}} \sin(\check{S}t - w) \quad (2)$$

در رابطه (۲):

$$w = \tan^{-1} \frac{c\check{S}}{k - m\check{S}^2}$$

دامنه نیروی وارد شده بر پایه توسط فنر و دمپر از رابطه (۳) محاسبه می شود.

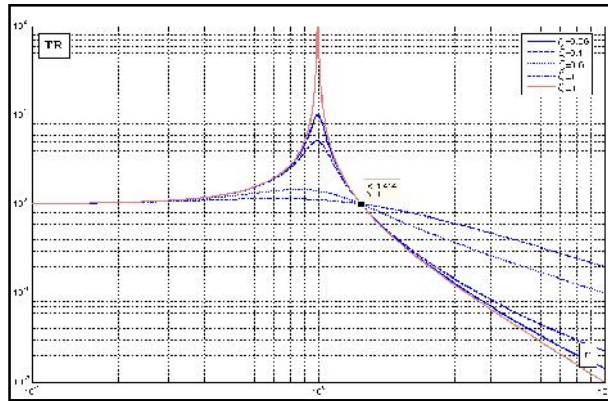
$$f_T = kx + c\dot{x} \Rightarrow F_T(s) = \frac{F(s)(k + cs)}{ms^2 + cs + k}$$

$$|F_T| = \left| \frac{F_0(k+cS)}{ms^2+cS+k} \right|_{s=j\omega} = F_0 \sqrt{\frac{k^2+(c\dot{S})^2}{(k-m\dot{S}^2)^2+(c\dot{S})^2}} \quad (3)$$

پارامتر معروف انتقال پذیری (نیروی منتقل شده به نیروی اعمالی) به شکل زیر محاسبه می شود:

$$TR = \frac{F_T}{F_0} = \sqrt{\frac{1+(2' r)^2}{(1-r^2)^2+(2' r)^2}}, r = \dot{S} / \dot{S}_N \quad (4)$$

نمودار مربوط به رابطه انتقال پذیری (۴) به صورت



شکل ۲ می باشد.

شکل ۲- منحنی های انتقال پذیری برای نسبت های استهلاکی مختلف

همان طور که از این شکل مشخص است جداسازی (محدوده ای که نسبت پاسخ سیستم به ورودی کمتر از یک باشد) در محدوده $r > \sqrt{2}$ اتفاق می افتد

با توجه به رابطه (۲) دامنه جابجایی به صورت زیر می باشد.

$$\frac{X}{F_0/k} = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2' r)^2}} \quad (5)$$

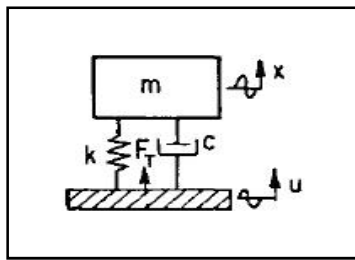
نمودار رابطه برای نسبت میرایی های مختلف به صورت شکل ۳ است.

درجه تحریک نیرویی

$$\left(\frac{kX}{F_0} \right)_{\max} = \max \left\{ 1, 1/2' \sqrt{1-2'^2} \right\}$$

$$r = \max \left\{ 0, \tilde{S}_n \sqrt{1-2'^2} \right\}$$

نوسان ناشی از پاسخ عمومی برابر



شکل ۳- نمودار جابجایی بی بعد شده سیستم یک

بیشترین مقدار دامنه برابر

است که در نسبت فرکانسی

قابل توجه است که در استهلاک ناچیز، دامنه

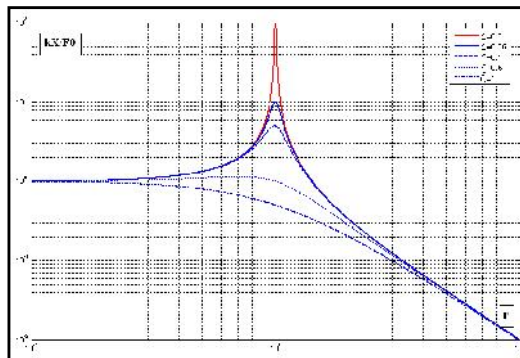
$|r(F_0/k)|/|r^2-1|$ است که در نسبت فرکانس های بالا بسیار بزرگتر از دامنه پاسخ خصوصی است. بررسی این امر در مواردی که تحریک گذرا است دارای اهمیت است.

۲- ۳- حالت دوم- تحریک پایه ای

در این حالت تحریک به صورت جابجایی سینوسی بر پایه اعمال می شود. مدل ساده شده این نوع سیستم در شکل ۴ ارائه شده است. چند نوع از سیستم هایی را که می توان به این صورت مدل نمود عبارت از مدل ساده شده ۱/۴ خودرو، تجهیزات نصب شده در محیط ارتعاشی و غیره است.

دوم(پایه ای) [2]

مدل به صورت زیر است.



شکل ۴- مدل یک درجه با تحریک نوع

۳-۱ حل معادله حرکت

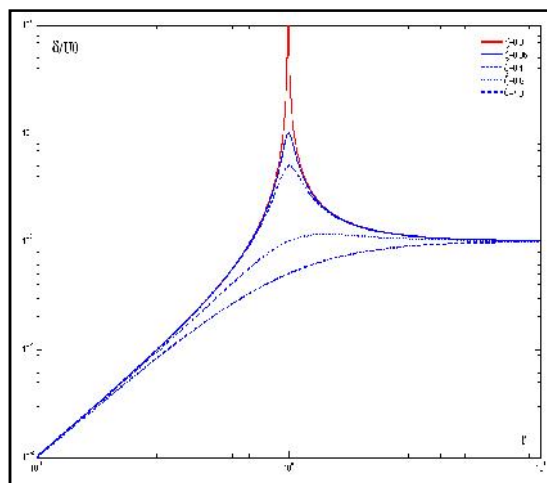
معادله دیفرانسیلی حاکم بر این

(۶)

اگر از پاسخ گذرا صرفنظر شود، با استفاده از عملگر لاپلاس، رابطه زیر به دست می‌آید.

$$(ms^2 + cs + k)x(s) = (cs + k)u(s)$$

$$\Rightarrow x(s) = \frac{(cs + k)u(s)}{ms^2 + cs + k} \Rightarrow x(t) = F_0 \frac{(k - m\check{S}^2)\sin(\check{S}t + W) - c\check{S}\cos(\check{S}t + W)}{(k - m\check{S}^2)^2 + (c\check{S})^2}$$



$$x = \sqrt{\frac{k^2 + (c\check{S})^2}{(k - m\check{S}^2)^2 + (c\check{S})^2}} U_0 \sin(\check{S}t - W) \quad (۷)$$

$$W = \tan^{-1} \frac{mc\check{S}^3}{k(k - m\check{S}^2) + c^2\check{S}^2} \quad \text{در رابطه (۷)}$$

۳-۲ فشردگی جداساز

بیشینه فشردگی جداساز به صورت زیر محاسبه می‌شود.

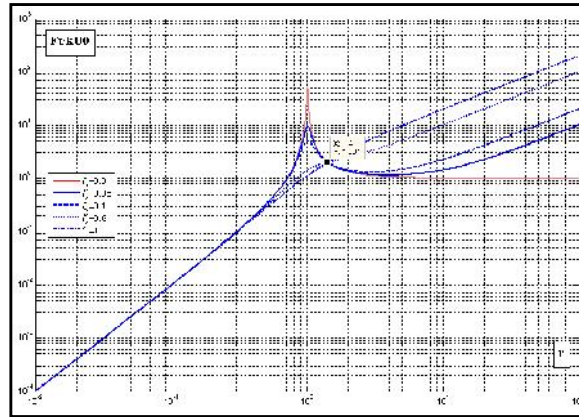
$$u = (u - x) = \left(1 - \frac{k + cs}{ms^2 + cs + k}\right)u$$

که به شکل بی بعد معادل رابطه زیر است.

$$\frac{u}{U_0} = \frac{r^2}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2'r)^2}} \quad (۸)$$

نمودار رابطه (در شکل ۵ ترسیم شده است)

فشرده‌گی جداول سیستم یک درجه



شکل ۵- منحنی‌های بیشینه
تحریک پایه ای

نیروی وارد بر پایه و یا جرم به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$f_T = (k + cs)(u - x) = (k + cs) \left(1 - \frac{k + cs}{ms^2 + cs + k}\right)u$$

دامنه این نیرو نیز به شکل بی بعد از رابطه (۹) محاسبه می‌شود.

$$\frac{F_T}{kU_0} = r^2 \sqrt{\frac{1 + (2' r)^2}{(1 - r^2)^2 + (2' r)^2}} \quad (9)$$

نمودار رابطه (۹) برای نسبت میرایی‌های مختلف به شکل زیر است.

شکل ۶- نیروی بی بعد شده وارد بر پایه در سیستم یک درجه تحریک پایه‌ای

همان طور که انتظار می‌رود در فرکانس‌های بسیار کم ارتعاش پایه، نیرویی به جرم وارد نمی‌شود و در نسبت‌های فرکانسی بالا منحنی‌ها به خطی با شیب $2'$ مجانب می‌شود.

دامنه جابجایی با تعریف انتقال‌پذیری (دامنه نوسان جرم به دامنه حرکت پایه) و استفاده از رابطه (۷) به دست می‌آید.

$$TR = \frac{X}{U_0} = \sqrt{\frac{1 + (2' r)^2}{(1 - r^2)^2 + (2' r)^2}} \quad (10)$$

رابطه (۱۰) معادل رابطه (۴) و نمودار آن همان

شکل ۲ است.

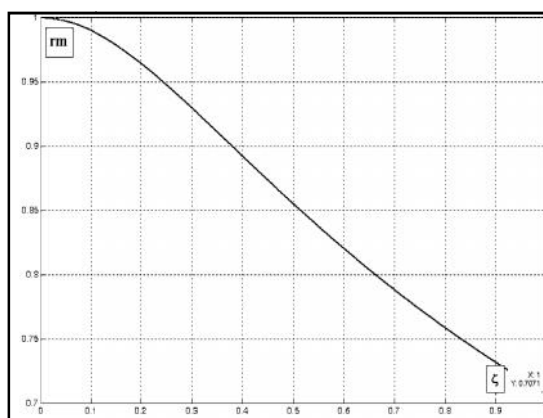
۳-۳ بیشینه انتقال پذیری

برای محاسبه نسبت فرکانسی معادل بیشینه انتقال پذیری برای منحنی‌های

شکل ، از رابطه (۱۰) برحسب آن مشتق گرفته می‌شود.

$$\frac{d}{dr} TR = 0 \Rightarrow r_m = \sqrt{\frac{-1 + \sqrt{1 + 8' ^2}}{4' ^2}} \quad (11)$$

نمودار نسبت فرکانسی مربوط به انتقال پذیری بیشینه (رابطه (۱۱)) به شکل زیر است.



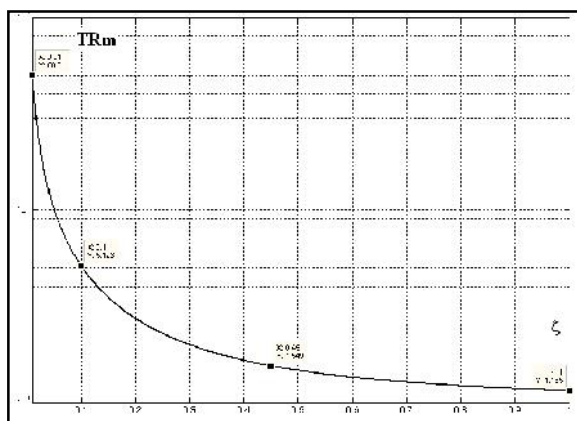
شکل ۷- نسبت فرکانسی مربوط به انتقال پذیری بیشینه

همان طور که از شکل ۷ مشخص است، بیشینه انتقال پذیری در جداساز بدون استهلاک در نسبت فرکانسی $r = 1$ و در جداساز با استهلاک بحرانی در نسبت فرکانسی $r = 0.7071$ رخ می‌دهد. با جایگذاری نسبت فرکانسی به دست آمده در روابط (۴) و (۱۰)، بیشینه انتقال پذیری محاسبه می‌شود.

$$TR_{\max} = \sqrt{\frac{1 + (2' r)^2}{(1 - r^2)^2 + (2' r)^2}} \Big|_{r=r_m} = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 + 8' ^2}}{4' ^2}} \quad (12)$$

$$r_m = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\frac{TR_{\max}^4 - TR_{\max}^2 - TR_{\max} \sqrt{TR_{\max}^6 - 3TR_{\max}^2 (TR_{\max}^2 - 1)} - 1}{1 + TR_{\max}^2 (TR_{\max}^2 - 2)}}$$

نمودار مربوط به انتقال پذیری بیشینه به صورت زیر است.



شکل ۸- انتقال پذیری بیشینه سیستم یک درجه با تحریک پایه‌ای

همان طور که از روابط (۱۱) و (۱۲) مشخص است بیشینه انتقال پذیری تنها با نسبت میرایی محدود می‌شود. با توجه به شکل ۸، از دیدگاه تئوری خطی، بیشینه انتقال پذیری در سیستم ایده‌آل بدون استهلاک بینهایت است و برای سیستم با استهلاک بحرانی این مقدار معادل $TR_{\max} = 1.155$ می‌باشد.

۳-۴- اثر عبور از فرکانس طبیعی

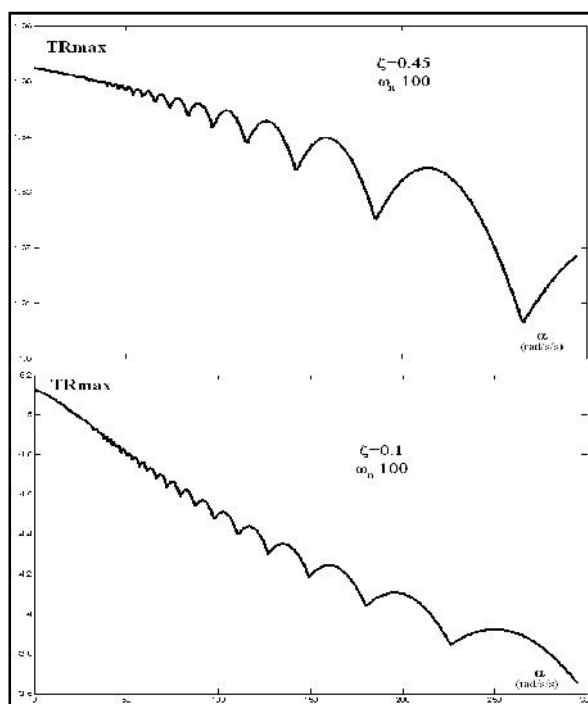
اگر یک سیستم برای عملکرد در نزدیکی فرکانس خاصی مورد نظر باشد، به سادگی می‌توان با تعیین پارامترهای مناسب، سیستم جداسازی را طراحی نمود. لکن سیستم‌های جداسازی علاوه بر این وضعیت برای موقعیت‌های دیگری هم استفاده می‌شوند که در آن دستگاه‌ها، راه‌اندازی و متوقف می‌شوند. لذا برای رسیدن به فرکانس کاری و سرعت ثابت، به صورت گذرا از محدوده نسبتاً وسیعی از فرکانس‌ها از جمله فرکانس طبیعی عبور می‌کند. این امر لزوم بررسی پاسخ سیستم را در لحظه گذار آن از فرکانس طبیعی مشخص می‌نماید. در اینجا دو مدل از این مساله بررسی می‌شود.

۴-۱ مدل اول

اگر سیستم مورد بررسی با تحریکی که فرکانس آن با شتاب زاویه‌ای α ، از صفر تا سرعت کاری تغییر می‌کند در نظر گرفته شود:

$$\ddot{x} + 2' \ddot{S}_n \dot{x} + \ddot{S}_n^2 x = \frac{F_0}{m} \sin(0.5\alpha t^2) \quad (13)$$

فرض می شود که لازم است انتقال پذیری از بیشینه مقدار TR_m در طول دوره راه اندازی افزایش نیابد. برای درک بهتر دو سیستم تک درجه آزادی با مشخصات دلخواه $\dot{\check{S}}_n = 100 \text{ rad/s}$ ، $\zeta = 0.45$ و $\dot{\check{S}}_n = 100 \text{ rad/s}$ ، $\zeta = 0.1$ را در نظر گرفته می شود. اگر هدف یافتن بیشینه انتقال پذیری این سیستم به ازای مقادیر متفاوت شتاب زاویه ای باشد، با استفاده از حل عددی شکل ۹ استخراج می شود. همان طور که از شکل بر می آید، بیشینه انتقال پذیری زمانی رخ می دهد که شتاب زاویه ای سیستم بسیار کم (صفر) باشد. ناگفته مشخص است که این مقدار معادل کمیت به دست آمده از

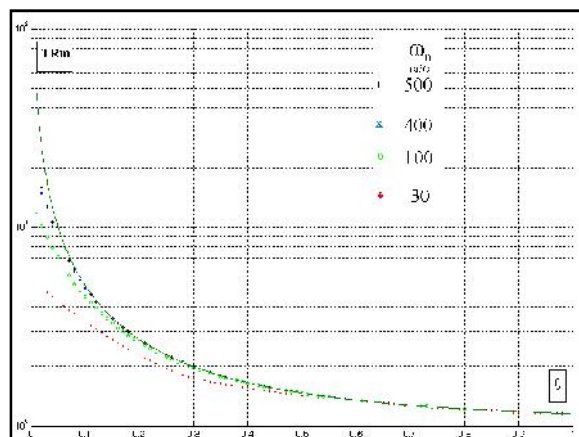


شکل ۸ است. برای شتاب زاویه ای های انتقال پذیری بیشینه کاهش می یابد و $t = \dot{\check{S}}_n / r$ رخ نمی دهد و معمولاً در این مدل فرض شده است که نقطه کاری می رسد و در آنجا ثابت عملکرد سیستم های مورد کاربرد که استفاده می کند متفاوت است. در مدل عملکرد به واقعیت نزدیک تر باشد.

بالاتر مطابق شکل ۹ مقدار الزاماً هم این مقدار در زمان در فرکانسی پایین تر واقع می گردد. سرعت دورانی با شتاب ثابت به سرعت باقی می ماند. این فرض با واقعیت عموماً از موتورهای الکتریکی هم دوم سعی می شود که شبیه سازی

شکل ۹- بیشینه انتقال پذیری برای مدل اول از حالت گذرا

اگر سیستم مورد بررسی با تحریکی که فرکانس آن به صورت نمایی با توان منفی تغییر می کند در نظر گرفته شود، عملکرد مدل به واقعیت نزدیک تر می گردد. معادله حرکت سیستم یک درجه با این تحریک به شکل زیر خواهد بود.



$$\ddot{x} + 2\zeta_n \dot{x} + \zeta_n^2 x = \frac{F_0}{m} \sin(r\zeta_n (1 - e^{-at})t) \quad (14)$$

که در آن r نسبت فرکانسی در نقطه کاری، a عکس یک ثابت زمانی، $F_0 = me(r\zeta_n (1 - e^{-at}))^2$ و یا یک مقدار ثابت است، e خروج از مرکز نامیزانی و $TR_m = (F_T / F_0)_{\max}$ می باشد. به صورت دلخواه مقادیر $r = 3$ و $a = 0.5$ انتخاب می شود. این انتخاب برای عبور سیستم از فرکانس طبیعی در زمان دلخواه $t = (1/a) \ln(r/(r-1)) = 0.811s$ می باشد.

نمودار شکل ۱۰ بیشینه انتقال پذیری را به ازای فرکانس های طبیعی دلخواه نشان می دهد. در فرکانس های طبیعی کوچک، بیشینه انتقال پذیری در حالت گذرا به ازای تمامی مقادیر نسبت میرایی همواره کمتر از حالت تشدید است. در فرکانس های طبیعی بالاتر، در مقادیر کوچک تر نسبت میرایی، باز هم بیشینه انتقال پذیری در حالت گذرا کمتر از حالت تشدید است لکن در مقادیر بزرگتر نسبت میرایی، این وضعیت با اختلاف بسیار کمی عکس می شود. با این وجود از آنجا که این اختلاف بسیار کم است و در این محدوده بیشینه انتقال پذیری بسیار کمتر از مقادیر مربوط به نسبت میرایی های کوچک است، لذا تحلیل سیستم گذرا به وسیله مدل سیستم در حالت تشدید مناسب است.

شکل ۱۰- بیشینه انتقال پذیری برای مدل دوم از حالت گذرا

در نتیجه بحث فوق، برای محدود کردن ارتعاشات در فرکانس طبیعی در حالت گذرا نسبتاً محافظه کارانه است که استهلاک سیستم از منحنی

شکل ۸ تعیین شود.

۴-۵- سیستم چند ورودی

در این بخش سیستمی با چند ورودی مورد بررسی قرار می‌گیرد. اگر از اصل جمع آثار استفاده شود، می‌توان حد بالایی برای پاسخ سیستم به دست آورد.

به عنوان نمونه اگر در تحریک نوع اول چند نیرو وجود داشته باشد به طوری که:

$$F_1 = F_{01} \sin(\check{S}_1 t), F_2 = F_{02} \sin(\check{S}_2 t), \dots, F_n = F_{0n} \sin(\check{S}_n t)$$

$$\Rightarrow F_T \leq TR_1 \cdot F_{01} + TR_2 \cdot F_{02} + TR_3 \cdot F_{03} + \dots + TR_n \cdot F_{0n}$$

وجود اختلاف فاز در تحریکات موجود که ناشی از تفاوت فرکانس‌های تحریک است، مقدار بیشینه نیروی انتقالی را در بسیاری از موارد به شدت کاهش می‌دهد.

۵-۶- روش طراحی و انتخاب پارامترهای سیستم جداساز

جداسازها مانند فیلتر عمل می‌کند و علاوه بر دامنه، فاز خروجی نسبت به ورودی را نیز تغییر می‌دهند. لذا ممکن است در مواردی علاوه بر کاهش دامنه ورودی، تغییرات فاز آن نیز دارای اهمیت باشد که باید در طراحی مد نظر قرار بگیرد.

عموماً هدف جداسازی کاهش میزان تحریک منتقل شده می‌باشد. لذا در حالت اول هدف کاهش نیروی منتقل شده به پایه و در حالت دوم کاهش جابجایی تحریک است که سیستم جداسازی با ایجاد حرکتی نسبی این امر را میسر می‌کند. عواملی که ممکن است برای نیروی منتقل شده محدودیت ایجاد کند، از تحلیل‌های استاتیکی و عموماً خستگی برای ارتعاشات و عوامل دیگر محاسبه می‌شوند. لذا پارامترهای زیر به عنوان ورودی طراحی فرض می‌شود.

بیشینه انتقال پذیری TR_m ، انتقال پذیری حداکثر TR در نقطه کاری و محدودیت‌های فضای کاری یا کشیدگی فنر که به شکل بیشینه تغییر مکان بیان می‌شود.

این محدودیت‌ها هر کدام به دلیل خاصی بر سیستم اعمال می‌گردد. در ادامه به برخی از این موارد اشاره می‌شود.

۱-۶- حالت اول

بیشینه نیروی منتقل شده که به وسیله TR بر حسب نیروی ورودی بیان می‌شود، در سیستم تعلیق، اتصالات و شاسی ایجاد خستگی می‌کند. بیشینه دامنه حرکت ممکن است توسط فضای کم، خروج المان کشسان از منطقه خطی و یا پارگی جداساز محدود شود.

۲-۶- حالت دوم

بیشینه دامنه حرکت که به وسیله TR بر حسب دامنه ورودی بیان می‌شود ممکن است توسط فضای کم یا سطح شتاب قابل تحمل تجهیزات محدود شود. بیشینه نیروی منتقل شده، در سیستم تعلیق، اتصالات و شاسی ایجاد خستگی می‌کند. بیشینه فشردگی جداساز نیز ممکن است موجب خروج عضو کشسان از ناحیه خطی، پارگی جداساز و یا برخورد متعلقات تجهیزات با شاسی شود.

۷- نتیجه گیری

کنترل ارتعاشات به منظور کاهش اثرات نامطلوب حرکت ارتعاشی بر افراد و محیط اطراف و سیستم‌های حساس، دارای اهمیت زیادی می‌باشد. برای بررسی تئوری سیستم‌های متفاوت، لازم است مدلی از آنها استخراج شود که بتوان آنرا در قالب معادلات ریاضی بیان نمود.

در این تحقیق به نحوه طراحی سیستم جداسازی ارتعاشات برای مدل های یک درجه آزادی پرداخته شد. به طور کلی لازم است که ابتدا ورودی های سیستم به دقت شناسایی شده و مقادیر نیروها و فرکانس های تحریک استخراج شوند. سپس فرکانس طبیعی سیستم با توجه به تک یا چند تحریکی بودن سیستم، به نحوی انتخاب می شود که انتقال پذیری در هنگام عملکرد مقدار لازم باشد.

مهمترین اثر استهلاک در سیستم ها، محدود کردن دامنه ارتعاشات در نزدیکی فرکانس طبیعی سیستم می باشد. تمام مواد به صورت ذاتی دارای استهلاک ساختاری می باشند. لکن برای مواردی که این نوع استهلاک در آنها مقدار ناچیز دارد مانند فنرهای فلزی اضافه نمودن دمپر جداگانه ضرورت دارد.

همچنین می توان جاذب ارتعاشی را در سیستمهای تحرک دریایی مانند موتورهای دیزل دریایی، جنراتورها، سیستم اگزاست، پمپا بکارگیری نمود. مثلاً یک موتور دیزل دریایی که با توان مشخصی شروع به فعالیت می نماید به محض رسیدن به محدوده فرکانس طبیعی خود، شروع به ارتعاش می نماید که ارتعاش حاصل، منجر به نویز می گردد، جهت بر طرف نمودن این مشکل، بر اساس روابط حاکم، یک جاذب ارتعاشی برای این سیستم طراحی می گردد. بدین گونه که یا دامنه ارتعاش را پایین می آوریم و یا اینکه فرکانس طبیعی سیستم را با تکنیکهایی بهینه سازی مانند ژنتیک الگوریتم در محدوده خارج از توان موتور منتقل می نماییم تا به محدوده ارتعاش نرسد.

۸- مراجع

- [1] Thomson, W. T. and Dahleh, M.D.: Theory of Vibration with Applications. 5th ed., Prentice- Hall, Inc. New Jersey, 1998.
- [2] Harris, M.C. and Piersol, A. G.: Harris, Shock and Vibration Handbook, 5th ed., McGraw-Hill, New York, 2002.
- [3] Kelly, S. G.: Fundamentals of Mechanical Vibrations, McGraw-Hill, New York, 1993.
- [4] Steinberg D.S.: Vibration Analysis For Electronic Equipment, 3rd ed, John Wiley & Sons Inc, New York, 1999